une multitude d'angles différens. Au sud, au contraire, la tendance des couches à se couper verticalement dans tous les sens, a constamment représenté des escarpemens perpendiculaires derrière les faces qui s'étaient écroulées, et la destruction agissant toujours de la même manière sur des matières toujours semblables, a sans cesse agrandi les fissures par des sections parallèles à leur premier trait, ensorte que les angles saillans et rentrans, ont conservé partout leur correspondance originaire.

Je ne pousserai pas plus loin ces considérations. C'est assez entretenir la classe des singularités d'une montagne. Mais cette montagne est non-seulement la plus haute des Pyrénées; elle est encore le point le plus élevé de notre hémisphère, où l'on ait trouvé des débris organiques; elle est, en un mot, de tous les monumens connus des derniers travaux de la mer, le plus considérable par son volume, et le plus extraordinaire par sa structure. Un pareil terrain est classique pour l'étude des montagnes secondaires, et pour l'histoire des dernières révolutions du globe : il exercera plus d'une fois désormais la sagacité des interprètes de la nature, et quelque chose que j'en aie dite, on voit que je suis bien loin d'avoir dit à son sujet le dernier mot de la géologie.

SUITE DU MÉMOIRE

Sur les Machines à Pilons.

Par le Cit. Lefroy, ingénieur des mines.

§. V. *Des moyens de diminuer le frottement contre les manchons, en changeant la disposition et la forme des mentonnets.*

29. Le frottement contre les prisons étant d'autant plus grand que la direction de la force qui élève le mentonnet, est plus éloignée de l'axe du pilon, pour le diminuer, on pourrait réduire cette distance à la moitié de l'épaisseur du pilon, en supprimant le mentonnet, et en faisant agir la came contre le point *E*. Premier moyen. *Fig. 16. Pl. XVI.*

Pour cela, comme la came, dans son mouvement, serait obligée de traverser le pilon, il faudrait, au-dessous de la ligne horizontale *ME*, évider le milieu du pilon, sur une largeur qui surpasserait l'épaisseur de la came, et sur une hauteur *E T* double de *N e*, sinus de l'arc, décrit par l'extrémité de la came, et qui aurait pour cosinus *O N*, distance du pilon au centre de l'arbre; ou, ce qui est la même chose, double de la levée du pilon. *Nous le démontrerons plus bas.*

La plus courte distance *ON* de l'axe de l'arbre au pilon, ne serait plus égale qu'au levier de la résistance, ou au rayon de la circonférence décrite par le sommet de la came.

Pour parer aux inconvéniens qui résulteraient du frottement contre l'extrémité E de la partie supérieure de l'entaille, on recouvrirait cette surface d'une lame de cuivre, dont les deux bouts u et t, remontant le long des faces du pilon, seraient arrêtés par des clous.

Application.

30. Une application fera encore mieux connaître les avantages de cette disposition. Soit $l = 0{,}06$ mètres, moitié de l'épaisseur que l'on donne ordinairement aux pilons ; et faisons, comme ci-dessus, $P = 90$ kilogrammes, $c = 2{,}6$ mètres, $m = 3$, $n = 4$.

L'équation générale (art. 17) $S = P + \frac{2l}{mnc - 2l} \times P$, deviendra $S = 90 \text{ kil.} + \frac{2 \times 0{,}06}{3 \times 4 \times 2{,}6 - 2 \times 0{,}06} \times 90$ kil. $= 90{,}463$ kil. Ainsi, en supposant que les manchons soient armés de rouleaux, et que la longueur du mentonnet soit égale à la moitié de l'épaisseur du pilon, la pression de la came ne se trouve surpasser le poids du pilon que de cinq hectogrammes environ ; différence peu considérable.

Longueur de l'entaille.

31. En supposant que le changement que nous proposons, soit adopté, nous allons faire voir quelle longueur on doit donner à l'entaille pour que la came puisse y entrer librement.

Lorsque l'extrémité de la première came qui doit soulever le pilon, après sa chûte, est sur le point de s'engager dans l'entaille, si ce pilon était déjà tombé, et que de plus le point E fût au niveau de l'axe de l'arbre, ce qui ne peut jamais avoir lieu, à cause du minerai qui est sous le pilon ; il suffirait que ET fût égale à la levée du pilon, puisque, d'un côté, dans cette position de la came, la distance eN, de son extrémité au plan horizontal qui passe par le milieu de l'arbre, étant un des côtés de l'angle droit d'un triangle rectangle qui aurait pour hypoténuse eo, perpendiculaire menée de l'extrémité de la came à l'axe de l'arbre, et pour autre côté de l'angle droit No, levier de la résistance, représente le chemin que fait le pilon pendant son élévation ; et que de l'autre côté nous aurions $eN = eE$. Mais ce cas, qui d'ailleurs n'est que particulier, est très-rare ; car autant qu'il est possible, on a toujours soin, dans la construction des bocards, de donner à l'arc qui sert de développée à la surface supérieure des cames, une grandeur telle, que chaque pilon soit soulevé de nouveau, presque dans le moment où il vient de tomber.

Il résulte de là, que le plus souvent la came qui doit de nouveau agir sur le pilon, après sa chute, arrivera en e, avant que le point E soit revenu dans la position la plus proche de l'horizontale oH. La hauteur de l'entaille doit donc être plus grande que eN ou h : elle doit surpasser cette ligne de la quantité dont le point E se trouve élevé au-dessus de la ligne oH, à l'instant que la came suivante est près de pénétrer dans le pilon.

D'après cet exposé, si nous appelons x cette distance inconnue du point E à la ligne oH ; M la longueur de l'entaille, nous aurons (A) $M = h + x$. Mais la plus grande élévation du point E, au-dessus de l'horizontale oH, a pour mesure le chemin que fait le pilon pendant son ascension. Donc, pour le cas du maximum, on a $x = h$; ce qui donne $M = h + h = 2h$. Ainsi le double de la levée du pilon, est la plus grande longueur que l'on puisse donner à l'entaille pratiquée dans le pilon.

Si l'on jette les yeux sur la *figure* 17, on verra que ce maximum a lieu, quand l'arc ED, qui a pour sinus Es, levée du pilon, et pour rayon oD ou oE, distance de l'extrémité de la came à l'axe de l'arbre, est la moitié de Ee, arc compris entre les deux cames les plus proches, et ayant même rayon que ED : ou bien lorsque le rapport de l'arc ED à l'arc Ee égale $\frac{1}{2}$. Quand ce rapport est plus grand que $\frac{1}{2}$, le pilon n'est pas encore parvenu à son plus haut point d'élévation, que la came qui doit le soulever de nouveau, après sa chute, entre dans son entaille ; lorsqu'au contraire le rapport est plus petit que $\frac{1}{2}$, le pilon est déjà descendu, en partie ou en totalité, avant que la première came qui doit agir sur lui, n'ait pénétré dans son intérieur. Dans le premier de ces deux derniers cas, l'arc compris entre les deux cames les plus proches, est représenté par $E e'$; dans le second cas, il est indiqué par $E' e$.

Dès-là que nous avons fait connaître le maximum de M, nous pourrions nous dispenser de donner ses différentes valeurs; puisqu'en faisant la longueur de l'entaille double de la levée du pilon, on serait toujours assuré que la came ne pourrait jamais être arrêtée dans son mouvement. Cependant, comme il pourrait se faire que plusieurs personnes ne voulussent donner à l'entaille que la longueur strictement nécessaire, nous allons chercher l'expression de x; quantité dont dépend la détermination de M, dans les deux cas : 1°. où $E D$ surpasse la moitié de l'arc, compris entre les deux cames les plus proches, et ayant $o D$ pour rayon; 2°. où $E D$ est plus petit que la moitié de cet arc.

Premier cas.

Fig. 17. La quantité représentée par x, exprimant ici le chemin qu'a déjà fait le pilon, quand la came qui doit le soulever de nouveau après sa chûte, est sur le point de pénétrer dans son intérieur; il sera facile d'avoir la valeur de cette inconnue, si l'on connaît la portion de circonférence, que le sommet de la came qui agit sur le pilon, a décrit pendant que ce dernier s'est élevé de la quantité x, au-dessus du plan horizontal qui passerait par l'axe de l'arbre. Mais pour déterminer cette portion de circonférence dont je représente la mesure en degrés par P, il faut seulement avoir l'arc qui reste à parcourir au sommet de cette came pour arriver en S, puisqu'en le soustrayant de $s S$, le reste donnera P. Or cet arc et l'arc $e e'$ sont semblables comme décrits en même-tems; donc ils ont même mesure. Donc premièrement nous avons,

$$P = mes.\ s S - mes.\ e e'.$$

Maintenant si l'on se rappelle que nous avons trouvé (art. 5), que la relation entre r le levier de la résistance, h la levée entière du pilon, a le rapport à la circonférence de l'arc $s S$ décrit par le sommet de la came pendant l'élévation du pilon, était exprimée par l'équation $h = \frac{710\, r}{113} \times a$; et si l'on remarque, 1°. que cette relation doit être la même entre le levier de la résistance, une portion x de la levée, et l'arc que le sommet de la came a décrit pendant que le pilon s'est élevé de la quantité x; 2°. que, si $mes.\ s S - mes.\ e e'$ représente la mesure en degrés de l'arc P, le rapport de cet arc et sa circonférence, sera exprimé par $\frac{mes.\ s S - mes.\ e e'}{360}$: on aura l'équation (Q) $x = \frac{710\, r}{113} \times \frac{mes.\ s S - mes.\ e e'}{360}$. Cela posé,

Nommons
- La valeur en degrés de l'arc $E e'$ . . . . . . u
- Celle de l'arc $e e'$ . . . . z
- Celle de l'arc $E D$ . . . . ϖ
- Le nombre de cames dirigées sur le même pilon . . . . g
- Le rapport de l'arc $s S$ à sa circonférence . . . . a
- Et par conséquent la valeur en degrés de l'arc $s S$ . . . . $360\, a$

Et continuons d'appeler h la plus grande levée $s E$ du pilon, r le rayon de l'arc dont la surface supérieure de la came est la développée; ce qui nous donnera $o E = \sqrt{h^2 + r^2}$.

1°. D'après les valeurs que nous venons de donner aux arcs $e e'$ et $s S$, l'équation (Q) deviendra (N) $x = \frac{710\, r}{113} \times \frac{360\, a - z}{360}$. Substituant cette valeur de x dans l'équation $M = h + x$, on aura (B) $M = h + \frac{710\, r}{113} \times \frac{360\, a - z}{360} = h + \frac{710\, r}{113 \times 360}(360\, a - z)$. Cherchons z.

2°. Les cames qui appartiennent à un même pilon, doivent être, comme on le démontrera plus bas, également espacées sur l'arbre; donc l'arc $E e'$, décrit du point o comme centre, compris entre deux cames qui se suivent, et ayant $o E$ pour rayon, est égal au quotient de 360 par le nombre de cames qui soulèvent le même pilon. Donc $E e' = \frac{360}{g}$, ou $u = \frac{360}{g}$. Mais $e e'$ est égal à la différence entre les arcs $E e$ et $E e'$; donc $e e' = E e - E e'$. De plus,

Ee est le double de ED; donc $ee' = 2ED - Ee'$, ou $z = 2\varpi - u$; et, à cause de $u = \frac{360}{g}$, $z = 2\varpi - \frac{360}{g}$.

Ainsi l'équation (B) deviendra $M = h + \frac{710\,r}{113 \times 360} \times \left(360\,a - 2\varpi + \frac{360}{g}\right) = h + \frac{710\,a\,r}{113} - \frac{710\,r}{113 \times 360}\left(2\varpi - \frac{360}{g}\right)$.

Mais nous avons trouvé, article 5, $h = \frac{710\,a\,r}{113}$, donc

$$(C) \quad M = 2h - \frac{710\,r}{113 \times 360} \times \left(2\varpi - \frac{360}{g}\right).$$

A l'exception de ϖ, toutes les quantités qui entrent dans le second membre de l'équation (C), étant censé connues, il ne reste plus qu'à former une nouvelle équation dans laquelle on fasse entrer cette inconnue.

L'arc ED a pour sinus sE, et pour rayon oE. Or, les sinus des arcs semblables sont proportionnels à leurs rayons; donc nous aurons, pour l'expression du logarithme du sinus, qui dans les tables correspond à l'arc du même nombre de degrés que ED, log. sin. $\varpi = 10 +$ log. $sE -$ log. oE, ou (D) log. sin. $\varpi = 10 +$ log. $h -$ log. $\sqrt{h^2 + r^2}$.

Cette équation ne donnant pas la valeur en degrés de ED, mais seulement le sinus de cet arc, on ne peut faire disparaître ϖ de l'équation (C). Ainsi, quand on voudra faire une application, il faudra d'abord chercher, dans les tables, la valeur de l'arc qui correspond au logarithme $10 +$ log. $h -$ log. $\sqrt{h^2 + r^2}$, et la substituer ensuite, dans la formule (C), à la place de ϖ.

Il est facile d'avoir, par une construction simple, la valeur de x. Pour cela, après avoir, par les points o et S, fait passer la droite oA', et porté ee' de A en G, tirez oG, et prenez un arc sn égal à l'arc SN, compris entre le point S et le point d'intersection de sS et de la ligne oG. Si par le point n, vous menez la tangente nk, elle sera la ligne demandée, puisqu'elle sera la normale qui passe par l'extrémité k de la portion Sk, de la surface supérieure de la came, sur laquelle a déjà glissé le point E du pilon, lorsque la came suivante arrive en e.

Nota. Ce cas ne se rencontre pas ordinairement dans les bocards.

Second cas.

Supposons
- La durée d'une révolution de l'arbre. . . . t
- Le tems que l'extrémité d'une came emploie à décrire un arc tel que $'ee$. . . . φ
- Le chemin que fait, pendant le tems φ, un corps soumis à l'action de la pesanteur. . π
- La mesure en degrés de l'arc $E\,'e$. . . . . . μ
- Celle de l'arc ED. . . . . ϖ
- Celle de l'arc $'ee$. . . . . ς

Et, comme ci-dessus, appelons h la levée sE, et r le rayon os.

Puisque, quand le pilon est parvenu à la fin de sa course, l'extrémité de la première came, qui doit le soulever après sa chute, a encore l'arc $'ee$ à parcourir, avant d'entrer dans son entaille; il suit que pendant qu'elle parcourera $'ee$, le pilon n'étant plus soutenu, descendra d'une certaine quantité. Mais le point E, comme appartenant au pilon, fait le même chemin que lui; donc, au moment que l'extrémité de la came suivante arrive en e, l'élévation du point E, au-dessus de l'horizontal oH, doit être égale à la levée sE diminuée de l'espace qu'a parcouru le pilon, en vertu des lois de la gravitation, durant qu'un des points de l'arbre, ou d'une came quelconque, a décrit un arc semblable ou égal à l'arc $'ee$. On aura donc $x = h - \pi$. Cherchons π.

D'abord, l'arbre étant censé se mouvoir uniformément, et la durée d'une révolution de l'arbre, ou celle d'un point quelconque d'une came, étant représentée par t, on aura pour expression, du tems que l'extrémité d'une came met à décrire un arc tel que $'ee$, $\frac{'ee}{360} \times t$, ou $\frac{\varsigma t}{360}$; donc $\varphi = \frac{\varsigma t}{360}$.

De plus, les espaces que parcourt un corps abandonné à l'action de la pesanteur, sont comme les carrés des tems; et, d'après l'observation, il parcourt 181 pouces pendant la première seconde. Donc on a la proportion, en prenant la seconde pour unité de tems, et le pouce pour l'unité d'espace, $1 : \varphi^2 :: 181 : \pi$, d'où l'on tire $\pi = 181\,\varphi^2$; ce qui donne, à cause de $\varphi = \frac{\varsigma t}{360}$, $\pi = 181\,\frac{\varsigma^2 t^2}{360 \times 360}$.

Cette dernière équation exprime le chemin que ferait le pilon, en tombant librement, pendant le tems φ; mais comme il est arrêté dans sa chute, tant par les frottemens qu'il éprouve contre les faces des prisons, que par la résistance que lui oppose l'air, et qu'on ne peut ici faire abstraction du ralentissement de vitesse causé par ces obstacles. Supposons que la perte de vitesse soit telle, que le tems de la chute du pilon en soit doublé (ce qui ne peut avoir lieu dans une machine à pilons bien construite); alors l'espace parcouru pendant le tems φ, n'étant plus que le quart de celui que l'on a trouvé, on aura $\pi = \frac{181\,\beta^2\,t^2}{4 \times 360 \times 360}$.

Par conséquent (R) $x = h - \frac{181\,\beta^2\,t^2}{4 \times 360 \times 360}$.

Substituant cette valeur de x dans l'équation (A), on trouvera (E) $M = 2\,h - \frac{181\,t^2}{4 \times 360 \times 360} \times \beta^2$. Reste à trouver β.

L'arc $'e\,e$ est égal à la différence entre les arcs $E\,'e$ et Ee; donc $'ee = E\,'e - Ee = E\,'e - 2\,E\,D$, ou $\beta = \mu - 2\,\varpi$. Mais μ exprime la valeur en degrés de l'arc compris entre deux cames qui se suivent, et cet arc, comme on l'a fait voir plus haut, est égal à $\frac{360}{g}$. Donc $\mu = \frac{360}{g}$ et $\beta = \frac{360}{g} - 2\,\varpi$. Ainsi l'équation (E) deviendra,

$$(F) \quad M = 2\,h - \frac{181\,t^2}{4 \times 360 \times 360} \left(\frac{360}{g} - 2\,\varpi\right)^2.$$

Afin de pouvoir, au moyen de cette formule (F), déterminer quelle doit être la longueur de l'entaille, il faudra auparavant, ainsi qu'on l'a dit dans le premier cas, connaître l'arc $E\,D$, dont nous avons représenté la mesure en degrés par ϖ. Ce qui sera facile, puisque nous avons démontré que le logarithme du sinus de cet arc était donné par l'équation (D) log. sin. $\varpi = 10 + \text{log.}\ h - \text{log.} \sqrt{h^2 + r^2}$.

Remarques. 1°. S'il arrivait que l'on trouvât π plus grand que h, c'est qu'alors le pilon tomberait avant que l'extrémité de la première came, qui doit le soulever de nouveau, eût parcouru l'arc $'e\,e$. Dans ce cas, comme la valeur de x ne doit jamais être négative, puisque le point E ne peut pas se trouver au-dessous de la ligne horizontale $o\,H$, on ferait, dans l'équation (A), $x = o$; ce qui donnerait $M = h$. Cependant il serait encore indispensable que la hauteur de l'entaille surpassât de quelques pouces la longueur de la

levée; parce que, vu le minerai qui se trouve sous le pilon, le point E ne redescend presque jamais jusques au niveau de l'axe de l'arbre.

2°. Nous croyons devoir faire remarquer que, comme nous avons pris la seconde pour unité de tems, et le pouce pour l'unité d'espace, il faudra, quand l'on voudra se servir de la formule (F), que t soit exprimé en secondes ou parties de seconde, et h ainsi que r, en pouces, ou portions de pouce.

3°. La vitesse de l'arbre ne restant pas toujours la même, t doit représenter la plus courte durée d'une de ses révolutions.

32. Pour que le pilon fût sollicité au mouvement par une force dont la direction passât par celle de son centre de gravité, les Cit. Duhamel père, et Baillet, ont proposé d'évider le pilon dans le même sens que ci-dessus, et de placer, au milieu de l'entaille, un rouleau, parallèle à l'arbre, qui fût perpendiculaire à l'axe du pilon, et contre lequel agirait la came. Second moyen. Fig. 18.

Par ce moyen le pilon n'aurait plus de mouvement de rotation autour du point de la came sur lequel son mentonnet s'appuie, et par conséquent il n'y aurait plus de frottement contre la face B; mais il en résulterait un contre les parois A et a, occasionné par la tendance qu'aurait alors le pilon à glisser du côté de l'arbre. En faisant abstraction de ce frottement, qui est extrêmement petit, l'équation serait $S = P$.

33. Dans cette disposition, la plus courte distance des pilons à l'axe de l'arbre, serait égale au levier de la résistance diminué de la moitié de l'épaisseur du pilon. Ainsi, en continuant de nommer d cette distance, r le levier de la résistance, et en représentant par e l'épaisseur Distance des pilons à l'axe de l'arbre.

du pilon, on aurait pour expression analytique $d = r - \frac{e}{2}$.

34. D'après ce que nous avons dit (art. 18, *part. prat.*), il vaut mieux remplacer le rouleau par un boulon à trois pans, de fer ou de cuivre (quand la came est de fer). La *fig.* 18 représente la forme et la disposition de ce boulon. Sa coupe, comme on le voit, est un triangle équilatéral. Des deux côtés de l'angle droit, l'un doit être horizontal et occuper la partie supérieure; l'autre doit être vertical et coïncider avec l'axe du pilon. Le triangle doit être situé du côté de l'axe opposé à l'arbre. On arrondira un peu l'arête pressée par la came.

Troisième moyen.

Fig. 21.

35. Comme l'évidement du pilon diminuerait la somme de ses fibres, et que l'on serait obligé d'augmenter sa grosseur pour lui conserver la même force (1), le moyen de remplir le but que se sont proposé les Citoyens Duhamel et Baillet, sans entailler le pilon, serait de faire soulever les deux extrémités du boulon, situé comme ci-dessus, par deux cames, parallèles, ayant une tête commune, et qui dans leur jeu embrasseraient le pilon.

36. L'effort se partageant également sur les cames, on ne donnerait à chacune d'elles que la moitié de l'épaisseur qui convient à une came quand elle agit seule.

(1) On pourrait cependant, comme on l'a conseillé dans la partie pratique, recouvrir de deux bandes de fer les deux faces du pilon, parallèles à celle de l'entaille, par ce moyen on serait dispensé d'augmenter les dimensions du pilon pour lui donner plus de force.

Avantages des deux dernières dispositions.

37. Ces deux dernières dispositions sont préférables à celle que nous avons proposée, article 29, parce qu'en pratiquant, sur l'épaisseur du pilon, plusieurs trous M, M', M'', *fig.* 18 et 21, de mêmes dimensions que celles du boulon, distans les uns des autres de 54 à 80 millimètres (deux à trois pouces), et dont le plus bas coïncidât, lorsque le pilon est baissé, avec le plan horizontal qui passerait par le milieu de l'arbre, on pourrait donner différentes positions au boulon, et par conséquent augmenter ou diminuer à volonté la chute du pilon; ce qui n'aurait pas lieu si l'on adoptait la construction représentée *fig.* 16, puisque le point E serait fixe.

Cette facilité de rendre la levée du pilon aussi petite que l'on veut, par le changement de position du boulon, ne se trouve pas dans les bocards actuels, où l'on ne peut la diminuer que de 8 centimètres (3 pouces), en plaçant, sous le mentonnet, le coin qui se met dessus quand le pilon doit avoir toute sa levée. Ainsi, indépendamment de la diminution de frottement que l'on obtiendrait au moyen de ces pilons armés de boulons au lieu de l'être de mentonnets, on en tirerait un autre avantage dans les mines où l'on a à bocarder des substances métalliques de différente nature. Le même bocard qui pile le minerai le plus dur, pourrait aussi servir pour celui qui n'a besoin que du choc le plus petit. Il ne faudrait pour cela que diminuer la chute des pilons, en plaçant les boulons plus haut.

Position du boulon.

Pour ces deux dernières dispositions que nous proposons, 1°. la plus courte distance du pilon à l'axe de l'arbre, serait égale au levier de la résistance, diminué de la moitié de l'épaisseur du pilon : l'expression algébrique serait $d = r - \frac{e}{2}$.

2°. Si l'on voulait que le pilon eût toute sa levée, il faudrait, lorsqu'il serait baissé, que l'arête inférieure de son boulon fût située dans le plan horizontal qui passerait par l'axe de l'arbre.

Longueur de l'entaille.

Fig. 18.

38. Ceux qui préféreront les pilons évidés, devront avoir soin de donner à l'entaille TI, une hauteur suffisante pour que la came puisse y entrer et en sortir librement. Il est essentiel que TI satisfasse à ces deux conditions, et notamment à la première. Car lorsqu'une came est sur le point de pénétrer dans son pilon, si la partie inférieure de l'entaille n'était pas suffisamment prolongée pour la recevoir, il faudrait nécessairement que la came ou le pilon se cassât ; souvent même tous deux se briseraient, et la secousse que ce choc violent produirait dans la machine, détruirait promptement l'assemblage de ses parties.

L'entaille est composée de trois parties distinctes, TQ, Qn, nI. La première que nous appellerons *partie inférieure de l'entaille*, est celle située au-dessous de la position la plus basse que puisse avoir le boulon ; la seconde est la portion de l'entaille qui correspond aux trous destinés à recevoir le boulon ; la troisième que nous nommerons *partie supérieure de l'entaille*, est celle située au-dessus de la position la plus élevée du boulon.

La longueur de Qn, dépendant du nombre de trous que l'on veut avoir pour varier la position du boulon, nous ne pouvons la déterminer. Seulement nous ferons remarquer qu'elle doit toujours être plus petite que la plus grande levée du pilon ; puisque, si elle l'égalait, la plus petite levée du pilon ne serait alors que de l'épaisseur du boulon ; et qu'en supposant qu'elle ne la surpassât que de l'épaisseur d'un boulon, lorsque celui-ci serait dans la position la plus élevée, le pilon ne pourrait plus être soulevé par ses cames. Ainsi nous n'avons que les valeurs de TQ et de nI à chercher.

Détermination de la longueur de la partie inférieure de l'entaille.

Soit, *fig.* 19, P, le pilon sur le point d'être abandonné par une came ; M, le boulon situé dans la position qui donne la plus grande levée ; soit C, C', $'C$, la came suivante, celle qui doit la première agir sur le pilon après sa chute, dans les trois positions qu'elle peut avoir au moment que le pilon est parvenu au plus haut point de sa course. Et *Fig.* 19.

Nommons :

- L'épaisseur du pilon. . . . . e
- Et par conséquent Gs. . . . . $\frac{e}{2}$
- La valeur en degrés de l'arc ED, moitié de l'arc EDI. . . . . ϖ
- Celle de BD, moitié de BDe. . . . . . . λ
- Celle de l'arc ee'. . . . . z
- Celle de l'arc $'ee$. . . . . ζ
- Celle de l'arc Ee'. . . . . u
- Celle de l'arc $E\,'e$. . . . . μ
- Le rapport à sa circonférence de l'arc sS. . . a
- Et par conséquent la valeur en degrés de cette portion de circonférence. . . . $360\,a$
- Le nombre de cames qui appartiennent au même pilon. . . . . g
- La durée d'une révolution de l'arbre, ou celle de la circonférence que décrirait l'extrémité d'une came pendant que l'arbre fait un tour. . . . . t
- Le tems que l'extrémité d'une came emploie à décrire un arc tel que $'ee$. . . . . . φ
- Le chemin que ferait, pendant le tems φ, un corps soumis à l'action de la pesanteur. π
- L'élévation du point Q, au-dessus de la ligne horizontale oH, quand une came arrive en e. x
- La hauteur TQ, de la portion inférieure de l'entaille. . . . . M

Et continuons d'appeler :

La plus grande levée SE du pilon. . . . . h
Le levier os de la résistance. . . . . r

Ce qui nous donnera,

1°. $OG = os - Gs = r - \frac{e}{2}$.

2°. A cause du triangle rectangle oEs, $OE = \sqrt{\overline{sE}^2 + \overline{os}^2} = \sqrt{h^2 + r^2}$.

Fig. 17 et 19. Cela posé. Quoique nous ayons déjà déterminé, art. 31, pour la construction indiquée, *fig.* 17, quelle doit être la longueur de la partie de l'entaille, située au-dessous du boulon, nous ne pouvons adopter ici les formules que nous avons trouvées, tant pour le maximum de M, que pour ses deux autres valeurs. Parce que, dans la disposition représentée, *fig.* 17, 1°. lorsqu'une came est sur le point de pénétrer dans son pilon, la distance es de son extrémité à la ligne horizontale oH, étant le côté d'un triangle rectangle ose, qui aurait pour hypoténuse oe, distance de l'extrémité d'une came à l'axe de l'arbre, et pour autre côté de l'angle droit, os, rayon de l'arc qui sert de développée à la surface supérieure des cames, est égale à h, c'est-à-dire, à la plus grande levée du pilon.

2°. L'arc $ee' = 2ED - Ee'$, ou $z = 2\varpi - \frac{360}{g}$.

3°. La portion de circonférence $'ee = E'e - 2ED$, ou $\varepsilon = \frac{360}{g} - 2\varpi$.

Au lieu que dans la *fig.* 19, 1°. Quand une came est arrivée en e, la distance eG de son extrémité à l'horizontale oH, est plus grande que h, puisqu'elle se trouve le côté d'un triangle rectangle oGe, dont l'hypothénuse oe est égale à celle du triangle rectangle ose (*fig.* 17), mais dont l'autre côté oG de l'angle droit est moins grand que le côté os de ce second triangle. Aussi on a, $eG = \sqrt{\overline{oe}^2 - \overline{oG}^2}$, ou, à cause de $oe = oE$, $eG = \sqrt{\overline{oE}^2 - \overline{oG}^2}$, et, en substituant les valeurs de oE et de oG, $eG = \sqrt{h^2 + r^2 - \left(r - \frac{e}{2}\right)^2}$; ce qui donne, rédaction faite, $eG = \sqrt{h^2 + er - \frac{e^2}{4}}$.

2°. L'arc $ee' = ED + De - Ee' = ED + BD - Ee'$, ou $z = \varpi + \lambda - \frac{360}{g}$.

3°. L'arc $'ee = E'e - ED - De = E'e - ED - BD$, ou $\varepsilon = \frac{360}{g} - \varpi - \lambda$.

Cependant comme la marche à tenir pour arriver aux différentes solutions de M, est la même que celle que nous avons suivie, article 31, on doit sentir que les formules que nous obtiendrons ici, quoique non identiques avec celles trouvées pour la *fig.* 17, doivent être de même nature qu'elles. Ainsi, sans revenir sur les détails d'une analyse longue et pénible, nous nous contenterons de faire, dans les équations auxquelles on est parvenu (art. 31), les changemens que nécessitent la valeur de eG, et les nouvelles expressions que nous avons données ci-dessus pour u et μ.

D'après cela :

I. Dans l'article 31, l'équation générale est $M = es + x$, ou (*A*) $M = h + x$; ici elle sera $M = eG + x$, ou (*G*) $M = \sqrt{h^2 + er - \frac{e^2}{4}} + x$, ce qui nous donnera pour maximum de M, (*H*) $M = \sqrt{h^2 + er - \frac{e^2}{4}} + h$.

II. Nous avons trouvé, article 31, pour le cas où la came qui doit soulever le pilon après sa chute, entre dans son entaille, avant qu'il ne soit parvenu à son plus haut point d'élévation, (*N*) $x = \frac{710r}{113} \times \frac{360a - z}{360}$, et pour le second cas, c'est-à-dire, pour celui où la came ne pénètre dans l'intérieur du pilon qu'après que ce dernier a été abandonné, (*R*) $x = h - \frac{181t^2}{4 \times 360 \times 360} \times \varepsilon^2$.

Or, il est évident que ces deux équations (*N*) et (*R*), doivent être ici les mêmes. Donc, en substituant successivement ces deux valeurs de x dans l'équation (*G*), nous aurons :

Pour le premier cas. (*I*) $M = \sqrt{h^2 + er - \frac{e^2}{4}} + \frac{710r}{113} \times \frac{360a - z}{360} = \sqrt{h^2 + er - \frac{e^2}{4}} + \frac{710r}{113}a - \frac{710r}{113 \times 360} \times z = \sqrt{h^2 + er - \frac{e}{4}} + h - \frac{710r}{113 \times 360} \times z$ (1).

Pour le second cas. (*K*) $M = \sqrt{h^2 + er - \frac{e^2}{4}} + h - \frac{181t^2}{4 \times 360 \times 360} \times \varepsilon^2$.

(1) On doit se rappeler que nous avons trouvé, article 5, $h = \frac{710ra}{113}$.

Maintenant si l'on met dans ces deux dernières équations, à la place de ζ et ϵ, leurs valeurs données plus haut, on trouvera :

Pour le premier cas. (O) $M = \sqrt{h^2 + er - \frac{e^2}{4}}$

$$+ h - \frac{710\, r}{113 \times 360} \times \left(\varpi + \lambda - \frac{360}{g} \right).$$

Pour le second cas. (L) $M = \sqrt{h^2 + er - \frac{e^2}{4}}$

$$+ h - \frac{181\, t^2}{4 \times 360 \times 360} \times \left(\frac{360}{g} - \varpi - \epsilon \right)^2.$$

Formules dont les seconds membres ne renferment d'inconnues que les deux quantités ϖ et λ, dont la première représente la valeur en degrés de l'arc ED; et la seconde, celle de BD.

Déterminons ϖ et λ.

Les deux portions de circonférence ED et BD, ayant toutes deux OE, ou $\sqrt{h^2 + r^2}$ pour rayon ; de plus, le sinus de la première étant sE (h), et celui de la seconde, eG ou $\sqrt{h^2 + er - \frac{e^2}{4}}$, nous aurons, d'après les propriétés des sinus :

$$(P) \quad \text{Log. sin. } \varpi = 10 + \text{log. } h - \text{log. } \sqrt{h^2 + r^2}.$$

$$(Q) \quad \text{Log. sin. } \lambda = 10 + \text{log. } \sqrt{h^2 + er - \frac{e^2}{4}} - \text{log. } \sqrt{h^2 + r^2}.$$

Ces deux équations serviront d'auxiliaires pour la résolution des deux formules (O) et (L).

Dans les applications, afin de savoir de laquelle des deux formules (O) et (L), l'on doit se servir pour la détermination de M, on cherchera d'abord les valeurs de ϖ et de λ. Quand on les aura trouvées, à l'aide des équations (P) et (Q), on les comparera avec $\frac{360}{g}$. Si l'on a $\varpi + \lambda < \frac{360}{g}$, il faudra prendre la formule (L); si au contraire $\varpi + \lambda > \frac{360}{g}$, on emploiera la formule (O).

Nota. Nous ne ferons pas ici d'observations. Toutes celles que nous ferions étant semblables à celles de l'article 31, nous croyons devoir y renvoyer le lecteur.

Détermination de la hauteur de la partie supérieure de l'entaille.

Soit, *fig.* 20, P, le pilon sur le point d'être abandonné par une came ; M, le boulon dans la position qui donne la plus petite levée ; C, la came qui agit sur le pilon. *Fig.* 20.

Du point o, comme centre, et du rayon oE, décrivons la circonférence DBA; et, après avoir mené par le point o l'horizontale oH, abaissons la verticale Es, et traçons, parallèlement à oH, les deux lignes qn et Ea.

Imaginons maintenant que la came abandonne le boulon.

Si le pilon était stationnaire pendant que l'extrémité de la came se meut de E en B, il est évident qu'en faisant nI plus grand de quelques millimètres seulement que nB, différens entre l'ordonnée BG et la verticale qs, la partie supérieure de l'entaille aurait la hauteur nécessaire, pour que la came pût en sortir librement.

Mais pendant que l'extrémité de la came décrit l'arc EB, le pilon n'étant plus retenu, se trouve soumis à l'action de la pesanteur, et par conséquent redescend d'une certaine quantité. De plus, le point I ne doit point arriver en B en même-tems que l'extrémité de la came : il ne doit y arriver que quelques instans après. Donc la partie supérieure de l'entaille, doit surpasser de quelques millimètres, la somme de nB, différence entre les lignes BG et qs, et du chemin que fait le pilon en tombant, pendant qu'un point quelconque de l'arbre ou d'une came décrit un arc semblable à l'arc EB.

D'après cette donnée, si nous représentons par N la hauteur de la partie supérieure de l'entaille, par π l'espace que doit parcourir, pendant que l'extrémité de la came décrit l'arc EB, le pilon abandonné à l'action de la pesanteur; et si, à l'effet de remplacer les millimètres qu'il faut ajouter à $nB + \pi$ pour avoir l'expression de N, nous substituons, à la place de nB, la droite aB, qui ne diffère de la première ligne, que de la petite épaisseur du boulon, nous aurons (A) $N = aB + \pi$.

Pour trouver les valeurs de aB et de π :

Appelons { La durée d'une révolution de l'arbre. . . . . t
Le tems que l'extrémité de la came C emploie à décrire l'arc EB. . . . . φ

Et continuons de donner aux lignes sE, os et Gs, les noms que nous leur avons donnés plus haut. Ceci posé, cherchons d'abord aB.

Les lignes Ga et sE étant égales, comme comprises entre les deux parallèles Ea et sG, nous aurons $aB = BG - sE = BG - h$. Mais $BG = eG$; or l'on doit se rappeler que dans la détermination de la partie inférieure de l'entaille, nous avons trouvé $eG = \sqrt{h^2 + er - \frac{e^2}{4}}$,

donc $aB = \sqrt{h^2 + er - \frac{e^2}{4}} - h$, ou bien, (en représentant, pour simplifier le calcul, par ϵ la quantité $\sqrt{h^2 + er - \frac{e^2}{4}}$)

(B) $aB = \epsilon - h$.

Passons maintenant à la recherche de π.

Cette quantité est le chemin que fait, pendant le tems φ, le pilon abandonné à l'action de la pesanteur. Or, les espaces que parcourt un corps qui tombe librement, sont comme les carrés des tems mis à les parcourir; et, pendant la première seconde de tems, l'espace parcouru est 181 pouces. Donc, si nous prenons le pouce pour unité d'espace, et la seconde pour unité de tems, nous aurons la proportion $1 : \varphi^2 :: 181 : \pi$, d'où l'on tirera (C) $\pi = 181\,\varphi^2$.

Déterminons φ.

L'arbre étant censé se mouvoir uniformément, et t exprimant la durée d'une révolution de l'arbre, ou de l'extrémité d'une came, l'expression de φ, c'est-à-dire, le tems que l'extrémité de la came C emploie à parcourir l'arc EB, sera donnée par l'équation $\varphi = \frac{EB}{\text{cir. } oE} \times t$.

Mais une circonférence est égale au produit de son rayon par le rapport $\frac{710}{113}$. Donc cir. $oE = \frac{710}{113} \times oE$. Or $oE = \sqrt{h^2 + r^2}$, donc cir. $oE = \frac{710}{113}.\sqrt{h^2 + r^2}$.

Ce

Ce qui donne $\varphi = \dfrac{EB \times t}{\frac{710}{113}.\sqrt{h^2 + r^2}}$, ou enfin

(D) $\varphi = \dfrac{113\,t}{710.\sqrt{h^2 + r^2}} \times EB$.

Si l'on met dans l'équation (C), à la place de φ, sa valeur donnée par l'équation (D), on trouvera

(E) $\pi = 181\left(\dfrac{113\,t}{710.\sqrt{h^2 + r^2}} \times EB\right)^2 = \dfrac{181 \times 113 \times 113\,t^2}{710 \times 710\,(h^2 + r^2)} \times \overline{EB}^2$.

Il ne reste plus, pour connaître π que, d'avoir EB.

Nous pouvons sans erreur sensible, regarder le petit arc EB, comme une ligne droite, et par conséquent comme l'hypoténuse du triangle rectangle $E\,a\,B$. Donc $\overline{EB}^2 = \overline{Ea}^2 + \overline{aB}^2$. Équation qui deviendra, à cause de $Ea = Gs = \frac{e}{2}$, et de $aB = \epsilon - h$, $\overline{EB}^2 = \frac{e^2}{4} + (\epsilon - h)^2$.

Donc (F) $\pi = \dfrac{181 \times 113 \times 113\,t^2}{710 \times 710\,(h^2 + r^2)} \times \left[\frac{e^2}{4} + (\epsilon - h)^2\right]$.

Maintenant que π et aB sont données par les équations (F) et (B), si l'on substitue les valeurs de chacune d'elles dans l'équation (A), on trouvera,

(G) $N = \epsilon - h + \dfrac{181 \times 113 \times 113\,t^2}{710 \times 710\,(h^2 + r^2)} \times \left[\frac{e^2}{4} + (\epsilon - h)^2\right]$.

Cette formule aura pour équation auxiliaire,

(H) $\epsilon = \sqrt{h^2 + er - \frac{e^2}{4}}$.

Observations. 1°. L'unité de h et de r doit être le pouce; celle de t la seconde. 2°. Si dans l'expression de π, nous avons fait abstraction du ralentissement de vitesse que le pilon peut éprouver dans sa chute, c'est que nous ne devions avoir pour but que de trouver la plus grande hauteur de la partie supérieure de l'entaille; et que ce maximum de N a lieu quand π est le plus grand possible.

39. On pourrait encore, en supposant le mentonnet placé comme ci-dessus, ne le faire élever que d'un côté par une came qui raserait Quatrième moyen. *Fig.* 22.

la surface du pilon (1). Mais alors la direction de la force qui solliciterait le pilon au mouvement, ne passant pas son axe, il y aurait une pression contre les faces L et h, outre celle contre les parois A et a.

Quoique ce dernier moyen donne deux frottemens différens, chacun d'eux étant peu considérable, leur somme est encore de beaucoup au-dessous de celui qui a lieu, quand le mentonnet et la came sont situés dans le même plan et que le pilon n'est pas évidé.

Valeur de la pression exercée sur la came.

40. En ne tenant pas compte du frottement infiniment petit, qui a lieu contre les faces A et a des manchons, la valeur de la résistance que le pilon oppose à son ascension, est exprimée, si l'on nomme e l'épaisseur du pilon ou sa largeur (ici la largeur du pilon est égale à son épaisseur), par l'équation $S = P + \frac{2\frac{e}{2}}{nmc - 2\frac{e}{2}} \times P$

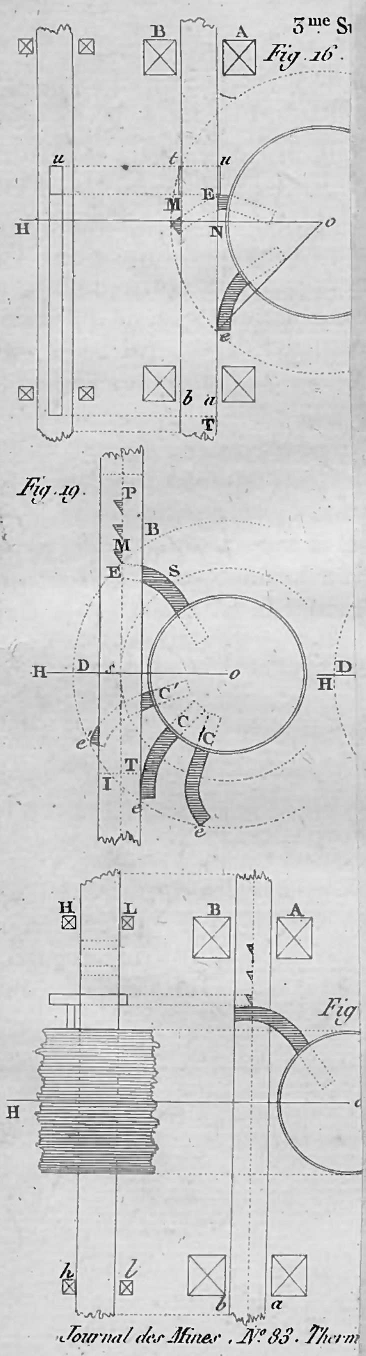
$= P + \frac{e}{nmc - e} \times P.$

On a continué de supposer que les faces des manchons, contre lesquelles s'exerce la pression du pilon, étaient couvertes de rouleaux.

Nota. Nous croyons inutile de faire ici une application de cette équation à un cas particulier. Il est aisé de voir que l'on aurait le même résultat que celui que l'on a obtenu dans l'article 30.

---

(1) Dans presque tous les moulins à huile, les mentonnets des pilons sont disposés de cette manière.



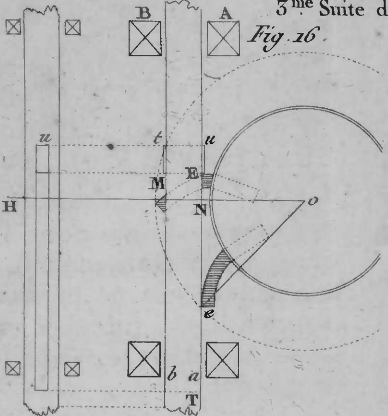


Fig. 16.

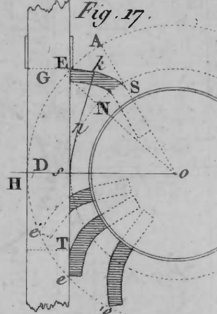


Fig. 17.

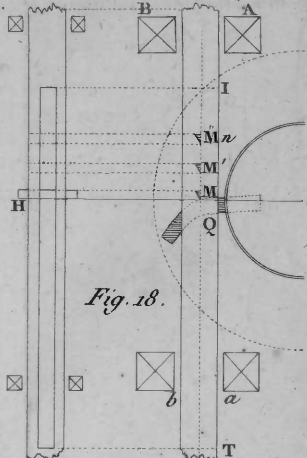


Fig. 18.

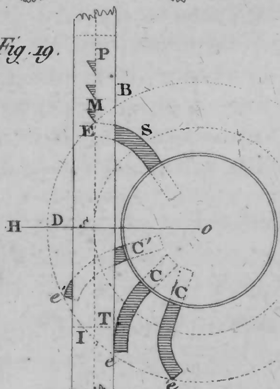


Fig. 19.

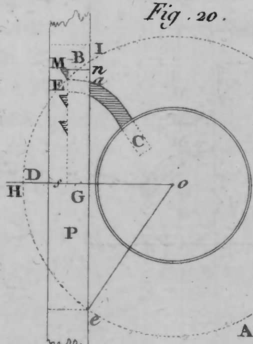


Fig. 20.

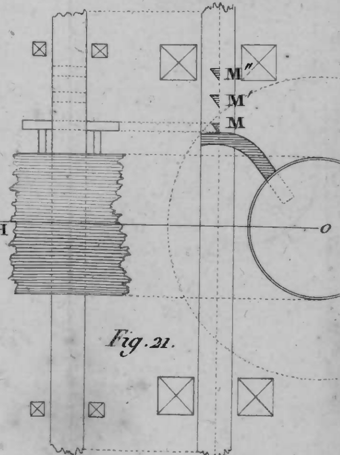


Fig. 21.

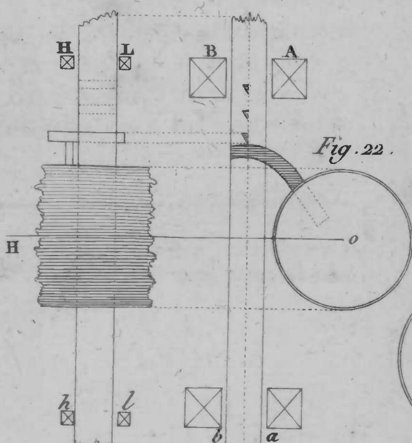


Fig. 22.

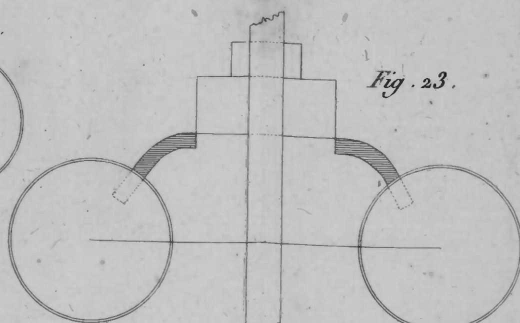


Fig. 23.

Gravé par N. L. Rousseau.

Valeur la pressi[on] exercée [par] la came.

41. Si, au lieu d'un arbre on en supposait deux, placés l'un à la droite, et l'autre à la gauche des pilons, armés tous deux de cames, situées symmétriquement, et agissant en même-tems contre les extrémités d'un mentonnet compris dans le même plan que ces cames; il n'y aurait plus aucun frottement contre les prisons, puisque d'une part la résultante des deux forces, appliquées aux extrémités du mentonnet, passerait par l'axe du pilon, et que de l'autre part, le pilon n'aurait aucune tendance à glisser vers l'un ou l'autre des deux arbres.

Cinquième moyen.

Fig. 23.

42. Quelqu'avantageuse, cependant, que paraisse cette disposition, comme elle exigerait deux arbres et deux roues dentées pour les faire mouvoir simultanément, comme il faudrait placer les arbres assez haut pour que l'on pût s'approcher librement du bocard, et qu'il ne serait pas facile aux ouvriers de placer les cames avec la justesse convenable pour que les mentonnets fussent levés et abandonnés en même-tems, il n'y a pas lieu de croire qu'elle puisse être adoptée.

Désavantage.

(*On traitera dans un autre Numéro du frottement du mentonnet contre la came.*)