Les treize parties qui manquent, doivent être attribuées à quelque substance vitrifiante que M. Klaproth n'a pu déterminer à cause de la petite quantité de matière qu'il avait pour ses expériences. D'après M. Klaproth, on peut imiter ce produit, en fondant ensemble de l'oxyde de plomb, du feldspath, de la silice et de la potasse ou du borax, en proportions différentes.

4°. *Analyse d'une Aérolithe.*

M. Klaproth a analysé l'aérolithe tombée le 13 mars 1807, dans le cercle de Inchnow du gouvernement de Smolensko, et qui pesait 4 puds. Il y a trouvé :

Fer métallique	17,00
Nickel	0,40
Magnésie	14,25
Silice	38,00
Alumine	1,00
Chaux	0,75
Oxyde de fer	25,00
Perte, y compris le soufre et une trace de magnésie	3,60
	100,00

II. *Sur le Niccolane.*

MM. Hisinger et Gehlen ont reconnu, chacun de leur côté, que la substance que Richter avait appelée *Niccolane*, et qu'il regardait comme un métal particulier, est un composé de nickel et de cobalt, avec une trace de fer et d'arsenic.

SUPPLÉMENT

A LA MÉCANIQUE CÉLESTE;

Par M. LAPLACE (1).

Le but principal que se propose M. Laplace dans ces nouvelles recherches, est de donner une forme plus simple aux expressions différentielles des élémens elliptiques des planètes. Ces élémens sont au nombre de six : le grand axe, l'excentricité, l'inclinaison de l'orbite sur un plan fixe, la longitude du nœud, celle du périhélie ; enfin la longitude moyenne de la planète à une époque déterminée. Leurs différentielles dépendent d'une certaine fonction des coordonnées de la planète troublée et des planètes perturbatrices, sans laquelle le mouvement resterait elliptique, et que nous appellerons *la fonction perturbatrice*. Lorsque l'on a substitué dans cette fonction les valeurs des coordonnées relatives au mouvement elliptique, on peut la développer en une série de cosinus d'arcs multiples des moyens mouvemens des planètes. Or, ce développement effectué, les nouvelles formules de M. Laplace donnent immédiatement les inégalités dé-

(1) Extrait du *Bull. des Sc.*, n°. 13.

pendantes d'un argument déterminé, qui affectent chaque élément. En effet, par ces formules, les différentielles des élémens sont exprimées au moyens des différences partielles de la fonction perturbatrice, prises par rapport aux élémens eux-mêmes, et multipliées par des facteurs qui ne renferment que ces élémens; ces différences partielles pourront donc s'effectuer après que la fonction aura été développée; en sorte que l'on aura, par une simple substitution, le terme de la différentielle de chaque élément qui correspond à un terme quelconque de ce développement; et si l'on néglige le carré de la fonction perturbatrice, il sera facile d'intégrer cette différentielle, pour avoir l'inégalité correspondante de l'élément. Toute la théorie des perturbations des planètes est ainsi réduite à former le développement de la fonction perturbatrice, puis à choisir parmi ses termes ceux qui sont sensibles par eux-mêmes, ou ceux que l'intégration rend sensibles, en vertu des diviseurs qu'elle leur fait acquérir. Si pour quelques-unes de ces inégalités, on veut avoir égard au carré de la fonction perturbatrice, comme l'a fait M. Laplace pour les grandes inégalités de Saturne et de Jupiter, il faudra considérer, comme variables, les élémens qui entrent dans les expressions différentielles de ces inégalités, ce qui en rendra l'analyse beaucoup plus compliquée. (*Voyez* sur ce point la *Mécanique céleste*, livre VI, chap. 11.)

Dans le second livre de cet ouvrage, M. Laplace était déjà parvenu à lier les termes des variations des élémens à ceux du développement de la fonction perturbatrice; mais les formules de ce livre ne sont qu'approchées, au lieu que celles du Supplément dont nous rendons compte, donnent rigoureusement les valeurs des différentielles des élémens. M. Laplace observe que ces formules rigoureuses étaient déjà en partie connues: la différentielle du grand axe a été donnée sous cette forme par M. Lagrange, dans les *Mémoires de Berlin*, pour l'année 1776; dans le livre II de la *Mécanique céleste*, pages 348 et 365, M. Laplace avait déjà donné les valeurs des différentielles de l'excentricité, de l'inclinaison et de la longitude du nœud qu'il transporte dans son Supplément; enfin dans le *Mémoire sur les inégalités séculaires*, on trouve une équation qui détermine la différentielle de la longitude de l'époque au moyen de celle du périhélie. Il ne restait donc plus que cette dernière à déterminer; c'est à quoi M. Laplace parvient, en observant que la différentielle de la fonction perturbatrice, prise par rapport aux élémens de la planète troublée, est égale à zéro; ce qui donne une équation entre les différentielles des six élémens, au moyen de laquelle on détermine celle du périhélie, les différentielles des cinq autres étant déjà connues.

Les nouvelles formules de M. Laplace ont l'avantage de mettre en évidence le théorème sur l'invariabilité des grands axes et du moyen mouvement démontré dans le Mémoire que nous venons de citer, en ayant même égard aux quantités du second ordre, par rapport aux forces perturbatrices. Au moyen de ces formules, l'expression du moyen mouvement prend d'elle-même la forme qu'on lui a donnée dans ce Mémoire, et d'où il résulte qu'elle ne peut contenir aucune inégalité séculaire due aux variations des coordonnées de la planète troublée. Quant à celles des coordonnées des planètes perturbatrices, elles ne peuvent pas non plus introduire d'inégalités séculaires dans le moyen mouvement en quelque nombre que soient ces planètes. Cette partie du théorème a été démontrée dans le Mémoire cité, en faisant usage du principe des forces vives; mais M. Laplace la conclut de la forme même de la fonction perturbatrice, ce qui est à la fois plus direct et plus simple.

Un autre avantage dont jouissent les formules de M. Laplace, c'est de donner, d'une manière fort simple, les inégalités séculaires des élémens elliptiques, lorsqu'on néglige le carré des forces perturbatrices, et que l'on veut tenir compte de toutes les puissances des excentricités et des inclinaisons : il suffit alors de réduire, dans les valeurs différentielles des élémens, la fonction perturbatrice à la partie non périodique de son développement. Si l'on néglige en outre les puissances des excentricités et des inclinaisons supérieures à la première, on retrouve les équations linéaires connues, d'où dépendent les variations séculaires des orbites. M. Laplace considère en particulier le cas de deux planètes tournant autour du soleil, c'est-à-dire,

le fameux problème des trois corps. Il en donne une solution nouvelle et remarquable, par la simplicité des élémens qu'il y fait entrer, et qui ne dépendent en rien de la position des corps par rapport à des plans fixes et arbitraires. Dans cette solution, la fonction perturbatrice conserve en effet une forme indépendante de la position de ces plans; les variations séculaires des excentricités et des distances des périhélies à l'intersection des deux orbites, sont données par quatre équations différentielles du premier ordre; l'inclinaison variable des deux orbites est donnée sous forme finie; la ligne de leur intersection ne sort pas du *plan invariable*, et son mouvement séculaire sur ce plan est donné par une intégration qui se rapporte aux quadratures.

Ce que nous avons nommé *la fonction perturbatrice*, peut être une fonction quelconque des coordonnées des corps dont on considère le mouvement : dans la théorie des planètes, cette fonction provient de l'action des planètes perturbatrices sur la planète troublée et sur le soleil; dans celle de la lune, elle comprend aussi l'attraction de la partie non sphérique de la terre. En appliquant ses formules à cette partie de la fonction perturbatrice, M. Laplace détermine les inégalités de la lune, en latitude et en longitude, qu'il avait déjà trouvées par une autre méthode (*Mécanique céleste*, livre VII, chapitre 11). Cet accord entre les résultats de deux méthodes différentes, fournit une confirmation de ces inégalités d'autant plus importantes, qu'en les comparant aux observations, elles font connaître l'aplatissement de la terre plus exactement que ne peuvent le faire les mesures directes des degrés du méridien.

ANNONCES

CONCERNANT les Mines, les Sciences et les Arts.

Essai sur l'Art de la Verrerie ; par M. LOYSEL, *Correspondant de l'Institut national des Sciences et Arts, in-8°. de 332 pages avec une planche.*

A Paris, chez Madame HUZARD, Imprimeur-Libraire, rue de l'Eperon, n°. 7. — Prix, 5 fr. broché, et 6 fr. (franc de port) pour les départemens.

CET ouvrage parut en l'an 8, et fut accueilli favorablement par le public ; mais la vente en fut suspendue par l'absence de l'auteur qui avait gardé, entre ses mains, une partie des exemplaires dont il vient de faire la remise dans la librairie de Madame Huzard.

L'empressement avec lequel cet ouvrage a été recherché des artistes, dispense d'en faire l'éloge. On sait que l'auteur n'avait point trouvé de modèle dans cette partie ; qu'il a été le premier à former un corps de doctrine de principes sur lesquels repose la pratique de l'art de la verrerie, et que les expériences sur lesquelles cette théorie est appuyée lui appartiennent presque toutes exclusivement.

En lisant ce traité, on sentira facilement que son utilité ne se borne pas à l'art de la verrerie, mais qu'elle s'étend à ceux de la poterie, de la faïence, de la porcelaine, à la fabrication des émaux, à celle du fer, et en général à tous les arts pyrotechniques.

Le mérite de l'ouvrage dont il s'agit est connu depuis long-tems par le rapport très-étendu et très-avantageux qu'en fit à l'Académie des Sciences, le 12 janvier 1791,