observant que l'air se renouvelle plus facilement dans le dernier cas que dans le premier, et en se rappelant que ce fluide a la propriété de retenir à l'état de gaz, ainsi que l'a démontré M. Berthollet dans son beau Mémoire sur l'hydrogène sulfuré, le corps, quel qu'il soit, qui, en se précipitant, produit les vapeurs. (*Annal. de Chimie*, tom. XXV, pag. 245).

9°. La liqueur de Boyle répand des vapeurs épaisses, et pendant long-tems, dans une cloche pleine de gaz oxygène ou d'air; mais elle en répand à peine, et seulement pendant un instant, dans une cloche pleine de gaz azote ou de gaz hydrogène : les résultats sont les mêmes dans les gaz secs ou humides. Ces expériences doivent être faites de la manière suivante : on prend un petit tube de verre fermé par un bout; on y met une certaine quantité de liqueur fumante de Boyle; on le bouche, et on l'abandonne à lui-même pendant plusieurs heures, enfin jusqu'à ce que les vapeurs qui s'y forment soient parfaitement dissipées : alors on introduit ce tube à travers le mercure sous la cloche pleine de gaz, par exemple, de gaz hydrogène pur, et on le débouche avec un fil de fer, etc. D'après cela, il paraît que l'oxygène est une des principales causes de la propriété qu'a la liqueur de Boyle de fumer dans l'air, et que c'est probablement en la faisant passer à l'état de sulfure hydrogéné, et peut-être en partie à l'état de sulfite, qu'il contribue à la rendre fumante.

ANNONCES

CONCERNANT les Mines, les Sciences et les Arts.

THÉORIE ANALYTIQUE DES PROBABILITÉS;

Par M. LAPLACE (1).

M. LAPLACE a réuni dans le bel ouvrage qu'il vient de faire paraître, et dont nous donnons ici une analyse succincte, les Mémoires qu'il a publiés autrefois sur les probabilités, et les deux Mémoires qu'il a donnés dernièrement sur le même sujet. De cette réunion il est résulté un Traité complet de la théorie des hasards, dans lequel on trouvera des méthodes uniformes et générales pour résoudre les questions relatives à cette théorie, et l'application de ces méthodes aux problèmes les plus importans. Nous allons indiquer rapidement la marche que l'auteur a suivie, et la suite des questions qu'il a traitées.

L'ouvrage de M. Laplace est divisé en deux parties. La première renferme l'exposition des méthodes analytiques dont on fait usage dans le calcul des probabilités, et que l'auteur a su réduire à une seule méthode générale, qui lui est due en entier, et qu'il a nommée *Calcul de fonctions génératrices*. Ce calcul se partage en deux branches, dont l'une comprend la théorie connue des fonctions génératrices, et dont l'autre, inverse de la première, comprend les méthodes pour exprimer les fonctions des grands nombres par des intégrales définies, et pour les développer en

(1) Un vol. *in*-4°. A Paris, chez M^me^. veuve COURCIER, quai des Augustins, n°. 57.
Cet article est extrait du *Nouveau Bull. des Sc.*

séries convergentes. On trouve dans cette première partie des remarques importantes sur la métaphysique du calcul différentiel, sur le passage des quantités finies aux quantités infiniment petites, sur l'usage des fonctions discontinues dans le calcul aux différences partielles, et enfin sur une espèce d'induction qu'Euler et M. Laplace ont plusieurs fois employée, et qui leur a fait découvrir les valeurs de différentes intégrales définies.

La seconde partie contient la théorie générale des probabilités, et spécialement l'application du calcul des fonctions génératrices aux questions les plus importantes de cette théorie. M. Laplace a réduit à quatre les principes généraux sur lesquels elle est fondée. L'exposition et la démonstration de ces principes est l'objet du premier chapitre. Dans le second on traite de la probabilité des événemens, composés d'événemens simples, dont les possibilités respectives sont connues. Le problème le plus simple de cette espèce et le premier que l'on résout, est le calcul des chances d'une loterie. On donne ensuite la solution du problème où il s'agit de déterminer après combien de tirages on peut parier un contre un, que tous les numéros d'une loterie seront sortis. Quand le nombre des numéros est très-grand, ce problème offre un premier exemple de l'usage des formules relatives aux fonctions de grands nombres. Parmi les autres questions traitées dans ce second chapitre, on remarquera le fameux problème des *partis* que Pascal et Fermat ont resolu les premiers. M. Laplace en donne une solution générale, applicable à un nombre quelconque de joueurs dont les adresses sont entre elles dans des rapports donnés, et dans laquelle il a eu égard à une circonstance particulière que personne encore n'avait fait entrer dans le calcul. On remarquera aussi dans ce chapitre la solution complète du problème relatif aux inclinaisons des orbites planétaires sur l'écliptique, d'où il résulte la presque certitude que toutes les inclinaisons depuis o jusqu'à 100°, n'étaient pas également possibles à l'origine, et qu'au contraire une cause inconnue a déterminé les inclinaisons très-petites que les astronomes ont observées.

Le chapitre suivant traite des lois de la probabilité qui résultent de la multiplication indéfinie des événemens. On y démontre que, dans une longue suite de coups, les possibilités de plusieurs événemens simples, dont un seul arrive à chaque coup, sont proportionnelles aux nombres de fois que chaque événement se présente. Ainsi, par exemple, que l'on ait dans une urne un nombre inconnu de boules blanches et de boules noires, et qu'après un très-grand nombre de tirages, on ait amené un nombre a de boules blanches et un nombre b de boules noires, il sera très-probable que les nombres de boules des deux couleurs, contenues dans l'urne, seront entre eux dans le rapport de a à b. M. Laplace donne l'expression de cette probabilité, qui approche d'autant plus de la certitude, que le nombre des tirages est plus considérable; et quoique ce résultat soit très-simple en lui-même, et paraisse très-naturel à supposer, il est cependant un des points les plus délicats de la théorie des hasards. Les autres problèmes résolus dans ce chapitre, ont cela de remarquable, que leurs solutions dépendent d'équations ordinaires aux différences partielles. On a donné l'énoncé de l'un d'eux dans le n°. 49 du *Bul. des Sc.* On a aussi annoncé dans ce numéro et dans le n°. 35, les nouvelles recherches de M. Laplace, sur les milieux à prendre entre un grand nombre d'observations; ces recherches forment maintenant le quatrième chapitre de son ouvrage, où l'on démontre que la méthode des moindres carrés des erreurs, est celle qui donne le *minimum* d'erreur à craindre dans le résultat moyen d'un grand nombre d'observations, et où l'on donne l'expression de cette erreur *minima* la plus probable. Ce chapitre intéresse surtout les astronomes, qui y trouveront les moyens les plus sûrs de comparer les bontés respectives de leurs tables, et les principes qui doivent les diriger dans la formation des équations de condition, d'après lesquelles ils en corrigent les élémens.

Le cinquième chapitre traite de l'application du calcul des probabilités à la recherche des phénomènes et de leurs causes. Il est terminé par la solution d'un problème curieux et difficile, qui n'avait pas encore été résolu, et dont voici l'énoncé : « Un plancher étant divisé en petits carreaux rec- » tangles par des lignes parallèles et perpendiculaires entre » elles, déterminer la probabilité qu'en projetant au hasard » une aiguille, elle retombera sur un joint de ces car- » reaux ».

Le sixième chapitre est relatif à la probabilité des causes et des événemens futurs, tirés des événemens observés. Le problème général que l'on résout dans ce chapitre, et dont les autres ne sont que des applications particulières, a pour énoncé : « Un événement observé, étant composé d'événe- » mens simples du même genre, et dont la possibilité est » inconnue, déterminer la probabilité que cette possibilité » est comprise entre des limites données ». On applique la formule qui renferme la solution de ce problème, aux naissances observées dans les principaux lieux de l'Europe. Il en résulte que la supériorité des naissances des garçons sur celles des filles, ne peut être attribuée au hasard, et qu'au contraire elle est due à une cause inconnue. Le rapport des uns aux autres, conclu d'un grand nombre d'observations, est exprimé par $\frac{22}{21}$; mais à Paris, ce rapport semblerait être plus petit, et seulement égal à $\frac{25}{24}$. M. Laplace calcule la probabilité que cette anomalie n'est pas l'effet du hasard; il la trouve très-grande : d'où il conclut que la différence observée entre Paris et les autres grandes villes de l'Europe, est due à une cause inconnue, et il en assigne une très-vraisemblable. On détermine aussi, dans ce chapitre, la probabilité des résultats fondés sur les tables de mortalité. Enfin, on s'occupe de l'évaluation, au moyen des naissances annuelles, de la population d'un empire considérable. On en fait l'application à la France; sa population calculée de cette manière, est de 42,500,000 âmes; et l'on fait voir qu'il y a plus de 1000 à parier contre un que cette évaluation n'est pas en défaut d'un demi-million.

Le septième chapitre est relatif à l'influence des inégalités inconnues qui peuvent exister entre des chances que l'on suppose parfaitement égales. On démontre qu'elle est toujours favorable à la répétition du même événement. Ainsi, dans le jeu de *croix et pile*, il y a toujours de l'avantage à parier pour la similitude des coups, si la pierre a une tendance à tomber plutôt sur une face que sur l'autre, lors même que la face la plus probable serait parfaitement inconnue des deux joueurs.

Dans les chapitres huitième et neuvième, M. Laplace s'occupe des questions les plus importantes de l'arithmétique politique, telles que les durées moyennes de la vie, des mariages et des autres associations, les tables de mortalité, les bénéfices dépendant de la probabilité des événemens futurs, et ceux des établissemens fondés sur les probabilités de la vie. Un des résultats les plus intéressans auxquels il parvient, est l'augmentation de la vie moyenne qui serait due à l'extinction totale de la petite vérole, par l'usage de la vaccine : on trouve que l'extinction de cette maladie augmenterait de plus de trois années la durée moyenne de la vie, si toutefois l'accroissement de population qui en résulterait, n'était point arrêté par le défaut de subsistances.

Enfin, le dernier chapitre de l'ouvrage que nous annonçons est relatif à l'*espérance morale*, et au moyen de la déterminer, en adoptant la règle de Daniel Bernouilli, qui consiste à supposer l'avantage résultant d'un gain quelconque, en raison inverse de la fortune que l'on possède déjà.