

d'optique qui grossissent peu. L'œil est doué d'une certaine flexibilité, d'une certaine tolérance qui lui permet de se prêter momentanément aux verres qu'on lui présente, quand ils ne sont pas très-éloignés de lui convenir. Mais un effort trop prolongé le fatigue, et vous avertit à vos dépens des défauts que vous n'aviez pas sentis d'abord.

J'ai cru qu'un perfectionnement non douteux, introduit dans un genre d'instrument si répandu et si nécessaire, méritait qu'on lui donnât de la publicité. J'engage donc les personnes qui se servent de lunettes, à essayer celles-ci. Si elles en sont aussi satisfaites que je l'espère, elles penseront que cette même science qui leur rend plus agréable la vue des objets qui les entourent, est aussi celle qui a fait connaître aux hommes l'arrangement du monde et l'étendue de l'univers.

N. B. Les bésicles dont il est question dans cette Notice, se trouvent chez M. Cauchoix, rue des Amandiers-Sainte-Geneviève, à l'ancien collège des Grassins.

JOURNAL DES MINES.

N^o. 206. FÉVRIER 1814.

AVERTISSEMENT.

Toutes les personnes qui ont participé jusqu'à présent, ou qui voudraient participer par la suite, au *Journal des Mines*, soit par leur correspondance, soit par l'envoi de Mémoires et Ouvrages relatifs à la Minéralogie et aux diverses Sciences qui se rapportent à l'Art des Mines, et qui tendent à son perfectionnement, sont invitées à faire parvenir leurs Lettres et Mémoires, sous le couvert de M. le Comte LAUMOND, Conseiller d'Etat, Directeur-général des Mines, à M. GILLET-LAUMONT, Inspecteur-général des Mines. Cet Inspecteur est particulièrement chargé, avec M. TREMERY, Ingénieur des Mines, du travail à présenter à M. le Directeur-général, sur le choix des Mémoires, soit scientifiques, soit administratifs, qui doivent entrer dans la composition du *Journal des Mines*; et sur tout ce qui concerne la publication de cet Ouvrage.

EXTRAIT DU LIVRE

DE LA CONNAISSANCE DES TEMS

DE 1816.

Nouveaux moyens d'augmenter la précision des Observations barométriques. — Nivellement barométrique de la traversée du Mont-Cénis, depuis Suze jusqu'à Lans-le-Bourg. — Nouvelles Formules barométriques;

Par M. DE PRONY.

J'AI adapté au baromètre, et je me sers depuis plusieurs années, avec succès, d'un appareil microscopique pour mesurer la hauteur de la

Volume 35, n^o. 206. F

colonne de mercure, différent de ceux qu'on a employés jusqu'à présent, soit pour diverses expériences de physique, soit pour les observations barométriques. Cet appareil a l'avantage de ne rendre l'instrument ni moins portatif, ni plus embarrassant. J'ai cru, d'après ces motifs, que je ferais une chose utile en publiant sa description (1).

Une lame verticale de métal est fixée dans le tube de cuivre au-dessus du tube de verre, et on marque un point de repère très-fin sur cette lame, dans le prolongement supérieur de l'axe du tube de verre. La distance de ce point fixe au zéro de l'échelle est déterminée avec la plus grande exactitude; c'est une constante que je désigne par la lettre *a*.

Le curseur qui porte le *vernier* est arrangé de manière qu'on peut y attacher ou en détacher fort aisément un petit tube horizontal servant de *porte-microscope*; le moyen d'attache peut être ou une coulisse, ou une couple de vis, ou tel autre appareil qu'on jugera convenable, pourvu qu'il remplisse la condition de ne point empêcher que le baromètre, lorsque le *porte-microscope* est enlevé, puisse, comme à l'ordinaire, être renfermé dans son pied, servant d'étui ou de boîte. Cette condition est on ne peut pas plus aisée à remplir.

Un microscope de 15 ou 18 millimètres de

(1) Je préviens, une fois pour toutes, que le baromètre portatif auquel mon appareil est adapté, est le baromètre à échelle fixe, dont le zéro est indiqué par une pointe d'ivoire renfermée dans la cuvette, la surface du mercure étant mise en contact avec cette pointe par le moyen d'une vis qui soulève le fond flexible de la cuvette.

diamètre, de 6 ou 7 centimètres de longueur, et d'un grossissement d'environ 8 ou 10, muni d'un fil horizontal à son foyer, suffit pour les observations. L'oculaire doit avoir un mouvement particulier, au moyen duquel on se procure la vision du fil nette et sans parallaxe. Le mouvement du microscope, dans son porte-microscope, donne la vision nette du point de repère, et du sommet de la colonne de mercure, qui sont, d'après ce que j'ai dit plus haut, placés dans une même verticale.

Le curseur, portant le *vernier*, auquel s'attache le microscope, peut être disposé pour les observations faites suivant l'ancienne méthode; mon baromètre est construit de manière à remplir cette condition.

Le surplus de l'appareil consiste en un petit *abat-jour* de taffetas noir, qui ne tient point au curseur, et qui est muni de deux pinces recourbées et à ressort, embrassant le tube de cuivre du baromètre le long duquel glisse cet *abat-jour*; c'est une pièce essentielle destinée à porter ombre sur le sommet de la colonne de mercure, afin de détruire les reflets et les irradiations de lumière qui ont lieu à ce sommet.

Lorsqu'on veut faire une observation, on met le *porte-microscope* et le microscope à leurs places, et on élève le curseur, avec lequel ils se meuvent, jusqu'à ce que le fil horizontal du microscope soit sur le point de *repère* placé dans l'axe du tube; on observe alors le *vernier*, et désignant par *b* le nombre de millimètres, et 100^{es} de millimètre qu'il indique, on écrit le nombre *a — b*, qui est un *emprunt*, constant pendant l'observation, et indiquant la distance

verticale de deux plans horizontaux, dont l'un passerait par l'axe du microscope, et l'autre par l'extrémité supérieure du vernier.

Lorsque la hauteur $a - b$ est bien déterminée, on fait descendre le curseur pour établir la collimation du fil horizontal avec le sommet de la colonne de mercure : c'est ici que l'emploi de l'*abat-jour* devient nécessaire ; cette pièce est facilement amenée à la position convenable pour éteindre les reflets et les irradiations de lumière, ce qui n'empêche pas que l'intérieur du tube de verre ne soit très-bien éclairé ; et on voit, au sommet de la colonne de mercure, une portion de disque parfaitement terminé, auquel le fil du microscope doit être rendu tangent.

Soit, dans cette position du fil horizontal, c le nombre de millimètres et 100^{es} de millimètre qu'indique le vernier, la hauteur cherchée de la colonne de mercure sera $a - b + c$.

Pour donner l'idée d'un premier avantage que cette nouvelle manière d'observer a sur l'ancienne, je remarque qu'un dérangement du curseur, assez petit pour être presque insensible sur le vernier, devient très-sensible dans le microscope, relativement à la collimation du fil, soit avec le point de *repère*, soit avec le sommet de la colonne de mercure ; au lieu que, par l'ancienne méthode, un dérangement sensible par le vernier pouvait ne produire, sur l'*arrasement* du sommet de la colonne de mercure, qu'une anomalie inaperçue par l'œil. Ainsi le microscope à fil rend l'observation du sommet de la colonne supérieure à celle du vernier, d'inférieure qu'elle était, sans rien faire perdre à l'observation du vernier.

Un autre avantage de la nouvelle méthode, est la connaissance parfaite de la position de la ligne de *visée* par rapport au vernier, qui est donnée, à chaque observation, par la hauteur $a - b$; la ligne de *visée*, dans les baromètres ordinaires, est déterminée par les côtés supérieurs de deux fenêtres parallélogrammiques pratiquées au curseur, de part et d'autre du tube de verre, et qu'il faut aligner, au travers de ce tube, avec le sommet de la colonne de mercure. L'ajustement de ces fenêtres doit se faire à la lime, de manière que la ligne de *visée* soit horizontale et au niveau d'un des points extrêmes du vernier, travail de l'ouvrier tellement délicat et difficile, qu'il doit exister beaucoup de baromètres imparfaits à cet égard.

L'observation du contact de la pointe d'ivoire avec la surface du mercure, dans la cuvette, se fait toujours avec assez de précision, d'abord parce que la surface du mercure y est très-bien éclairée, et ensuite parce que le contact vraiment observé est celui de la pointe d'ivoire, et de son image réfléchie par le mercure ; la distance apparente de ces deux pointes est double de la distance entre l'une d'elles et la surface du mercure, ce qui procure à la vision une *amplification* très-favorable à l'exactitude. Mais il est essentiel de savoir si la pointe d'ivoire est parfaitement au niveau du zéro de l'échelle, ou du moins, de connaître leurs positions respectives ; j'ai eu, pour remplir ce but, la précaution de mesurer, avec la plus grande précision, la longueur de la vis d'ivoire dont la pointe, renfermée dans la cuvette, doit occuper la place du zéro de l'échelle, avant

que cette vis fût en place, et même de faire faire une *matrice* de cuivre qui procure le moyen de reconnaître les altérations de sa longueur primitive, si elle en éprouve par l'action chimique du mercure. Je puis donc, en partant de la tête de la vis qui est hors de la cuvette, reconnaître si sa pointe est bien placée, et tenir compte de son déplacement, s'il existe. J'ai lieu de penser, d'après l'examen de plusieurs baromètres, qu'il y en a fort peu dont le point matériel de départ, pour la mesure de la colonne de mercure, ne soit à une distance appréciable du zéro de l'échelle.

J'ai aussi fait disposer mon baromètre microscopique, de manière à pouvoir observer avec deux microscopes diamétralement opposés, ayant en vue dans cette disposition, de rendre égales et de signes contraires, les petites erreurs qu'on pourrait supposer dues à de légères irrégularités de la surface du tube cylindrique de cuivre, le long duquel marche le curseur. Il fallait, pour remplir parfaitement cette condition, *repérer* bien exactement les microscopes sur un même point; en conséquence, le point de *repère* de mon instrument est un trou, extrêmement petit, qui traverse la lame métallique placée au sommet du tube; mais j'ai reconnu une telle identité dans les observations faites avec ces microscopes diamétralement opposés, que j'ai cessé depuis longtemps de les employer concurremment.

Le microscope à fil a déjà été adapté à des instrumens de physique, et même au baromètre, mais on n'a jamais employé le procédé que je viens de décrire, dont la nouveauté con-

siste principalement dans le point de *repère* ou de *départ* que je me suis procuré au-dessus de la colonne de mercure, sur l'axe même de cette colonne, et qui sert à déterminer, à chaque observation, les distances verticales entre l'axe optique, et chacun des points extrêmes du *vernier* du curseur. On peut ainsi disposer un baromètre quelconque suivant ma méthode, sans rien changer à la cuvette, sans le rendre plus embarrassant ni plus lourd, et en conservant d'ailleurs à cet instrument toutes les propriétés qui tiennent à son mode de construction.

J'ai fait, en France et en Italie, un grand nombre d'observations barométriques, dans lesquelles j'ai eu particulièrement en vue l'application du baromètre à la mesure des hauteurs qui n'excèdent pas 10 à 1200 mètres; j'espère que l'exposition raisonnée de ces observations pourra être utile aux ingénieurs civils et militaires, dans certaines opérations géodésiques que leurs travaux comportent; je la publierai lorsque j'aurai terminé la mesure barométrique de plusieurs hauteurs des environs de Paris, dont la vérification géométrique sera faite avec une précision qu'on n'a jamais obtenue en pareil cas; je me bornerai à rapporter ici quelques résultats principaux d'un nivellement barométrique de la route du Mont-Cenis, que M. le chevalier Mallet (1) et moi avons fait, les 8,

(1) M. le chevalier Mallet, ingénieur en chef de Turin, a été le coopérateur de M. Daubuisson, ingénieur en chef des Mines, dans un travail considérable sur les observations barométriques, qui a fourni à M. Daubuisson la matière d'un Mémoire intéressant lu à la première Classe de l'Institut, et approuvé par elle.

9 et 10 novembre 1811. Je profiterai en même tems de cette occasion pour offrir un exemple détaillé de l'usage des *tables hypsométriques* de M. *Olmanns*, publiées dans l'Annuaire du Bureau des Longitudes de 1813, et pour donner sur un passage des Mémoires de M. *Ramond*, quelques éclaircissemens qui intéressent le Corps des Ponts-et-Chaussées.

M. le chevalier Mallet observait avec deux baromètres, l'un, construit par Fortin, qui lui avait été confié par les astronomes de l'Observatoire de Turin, à qui cet instrument appartenait; l'autre, portant sa division sur verre, et construit par M. Capello, très-habile artiste de Turin; je me servais de mon baromètre microscopique.

Nous avons comparé nos instrumens à Turin, et la journée du 7 novembre a été employée à les comparer de nouveau à Suze, point de départ de notre nivellement. Ces opérations préalables étaient très-importantes, et nous avons reconnu, par un grand nombre d'observations, que le baromètre *Fortin* de M. le chevalier Mallet, indiquait $0^m,00021$ de moins que le baromètre microscopique, et son thermomètre à l'air libre $0^{\circ},4$ de plus que le mien. Ses hauteurs de colonne de mercure, et ses températures d'atmosphère, ont été corrigées d'après ces données.

Les instrumens étant ainsi rendus parfaitement comparables, je me suis placé sur le pont Saint-Roch, à Suze, pendant que M. le chevalier Mallet observait au point culminant de la route du Mont-Cénis, situé vis-à-vis le Refuge, n^o. 6. Il est descendu de là à Lans-

le-Bourg; j'ai été le remplacer au point culminant, et nous avons encore fait, à ces deux stations, des séries d'observations correspondantes. Nos instrumens ont été de nouveau comparés à Lans-le-Bourg, ils offraient exactement la même différence qu'à Suze. Je suis resté à Lans-le-Bourg; et, pendant que j'y observais, M. Mallet est retourné au point culminant et à Suze, pour refaire de nouvelles séries à chacun de ces points, au moyen de quoi les opérations extrêmes se trouvent doublées, et l'opération intermédiaire triplée; nos montres avaient été préalablement bien réglées l'une sur l'autre.

Le tableau suivant présente cinq couples d'observations correspondantes que nous avons faites le 8 novembre, sur le pont Saint-Roch à Suze, et au point culminant de la route du Mont-Cénis. Ces observations embrassent les limites des plus grandes variations de nos résultats, et chaque couple satisfait exactement à la condition de l'identité de tems: h , T et t désigneront respectivement les hauteurs des colonnes de mercure, les températures de ces colonnes, et les températures de l'atmosphère, en donnant à ces lettres des accens supérieurs ou inférieurs, suivant qu'elles se rapportent à la station supérieure ou à la station inférieure.

Point culminant de la route du Mont-Cénis. Observations de M. le Ch ^{er} Mallet.			Pont Saint-Roch, à Suze. Observations de l'auteur.		
<i>h'</i>	<i>T'</i>	<i>t'</i>	<i>h₁</i>	<i>T₁</i>	<i>t₁</i>
Mètres.	Th. cent.	Th. cent.	Mètres.	Th. cent.	Th. cent.
0,59286	6,5	5,1	0,71709	14,1	14,1
0,59271	6,3	5,6	0,71702	14,0	14,0
0,59266	5,6	5,4	0,71684	14,0	13,5
0,59246	6,0	6,1	0,71657	13,8	13,2
0,59246	5,8	6,4	0,71657	13,8	12,9

On a fait aux valeurs de *h'* et de *t'* les légères corrections ci-dessus indiquées, de + 0^m,00021 et - 0^o,4.

Voici, en séservant des tables de M. Oltnanns, le calcul détaillé de la hauteur donnée par la première couple d'observations.

Table I. $\left\{ \begin{array}{l} \text{barom. inf.} \left\{ \begin{array}{l} \text{pour } 0,717. \dots \dots \dots 5686,8 \\ \text{part. prop. pour } 0,00009 \dots \dots 1,0 \end{array} \right. 5687,8 \\ \text{bar. supér.} \left\{ \begin{array}{l} \text{pour } 0,592. \dots \dots \dots 4161,3 \\ \text{part. prop. pour } 0,00086 \dots \dots 11,5 \end{array} \right. 4184,0 \end{array} \right.$

Table II. Correction pour $T, - T' = 7^{\circ}, 6. \dots \dots 11,2$

Différence = 1503,8

$$2(t' + t) \times \frac{1503,8}{1000} = 57,6$$

1561,4

Table III. Correction pour 1561^m à 45° de latitude. 4,7

Table IV. Correction pour la valeur 0^m,717 de *h*, correspondante à une différence de niveau = 1561. 0,4

Différence de niveau entre la surface du pavé sur le pont de Saint-Roch à Suze, et le point culminant de la route du Mont-Cénis, vis-à-vis le Refuge, n° 6. 1566,5

Les 2^e, 3^e, 4^e et 5^e couples d'observations donnent les hauteurs suivantes, savoir :

2 ^e .	1568,8
3 ^e .	1564,3
4 ^e .	1567,6
5 ^e .	1565,4

La hauteur moyenne est de. 1566,52

Ci-contre. 1566,52

La hauteur donnée par le nivellement est, d'après les notes que nous a fournies M. Derrien, ingénieur en chef. 1574,60

Différence. 8,08

Cette différence, très-petite, par rapport à la hauteur mesurée, aurait été réduite à environ 5 mètres, si j'eusse négligé la correction de 0^m,00021, qui rend le baromètre de M. le chevalier Mallet comparable au mien.

Le tableau suivant présente cinq couples d'observations correspondantes faites le 9 novembre, au point culminant de la route du Mont-Cénis et à Lans-le-Bourg, sur l'esplanade qui sépare le nouveau pont de la nouvelle auberge. Je choisis ces couples, parce qu'elles renferment aussi les limites des plus grandes variations, et que la coïncidence des instans d'observation est exacte pour chacune d'elles.

Point culminant de la route du Mont-Cénis. Observations de l'auteur.			Lans-le-Bourg, esplanade entre le nouveau Pont et la nouvelle Auberge. Observations de M. le Ch ^{er} Mallet.		
<i>h'</i>	<i>T'</i>	<i>t'</i>	<i>h₁</i>	<i>T₁</i>	<i>t₁</i>
Mètres.	Th. cent.	Th. cent.	Mètres.	Th. cent.	Th. cent.
0,59312	2,9	1,3	0,64571	8,8	8,1
0,59280	2,4	1,2	0,64561	7,8	6,8
0,59275	2,1	0,8	0,64561	7,8	6,8
0,59275	1,9	0,7	0,64571	7,3	6,6
0,59270	1,6	0,5	0,64576	7,1	6,8

Les différences de niveau données par ces

cinq couples d'observations, sont respectivement (1),

1 ^{re}	682 ^m 8
2 ^e	684,9
3 ^e	684,6
4 ^e	685,7
5 ^e	686,9

Différence de niveau moyenne. 684,1

(1) Les tables de M. Oltmanns, dont je me suis servi pour obtenir ces résultats, sont, à proprement parler, des extraits des tables de logarithmes, renfermant les nombres qui s'appliquent particulièrement aux observations barométriques. L'usage de ces tables ou, à leur défaut, des tables même de logarithmes, sera toujours préférable à l'emploi de tout autre moyen de calcul; cependant un observateur en course ou en voyage peut, privé du secours des tables qu'on ne porte pas toujours avec soi, avoir à faire des calculs barométriques, ou bien pour vérifier ou doubler des calculs exécutés d'une manière quelconque, il n'aura à sa disposition que des personnes qui ne savent pas se servir des tables. M'étant trouvé plusieurs fois moi-même dans de pareilles circonstances, j'ai composé les formules suivantes qui, à l'avantage de pouvoir être immédiatement calculées par les quatre premières règles de l'arithmétique, réunissent celui de se fixer aisément dans la mémoire.

Voici d'abord, pour calculer toutes les hauteurs barométriques qui n'excèdent pas 1000 mètres, une première formule expéditive et commode, $z = K^{\theta} q$, dans laquelle z = la différence de niveau cherchée, $K = 15969^m$ (les facteurs de ce nombre sont 18336, le double module, et la partie

constante du terme dans lequel $\log. \left(\frac{h}{n}\right)$ se trouve répété, la partie variable de ce terme pouvant ici se négliger),

$$\theta = 1 + \frac{2(t+t')}{1000}, \quad q = \frac{h-n}{h+n}, \quad n = h^i [1 + 0,000185(T - T')].$$

La quantité q est le premier terme de la série suivante,

Le nouveau pont et la nouvelle auberge n'existaient pas au mois de janvier 1807; on les a construits hors du village, et à environ

très-convergente dans le cas actuel d'application, et que je crois avoir donnée le premier, ($M = 0,43429$, etc.)

$$\log. \left(\frac{h}{n}\right) = 2M \cdot q \left[1 + \frac{1}{3}q^2 + \frac{1}{5}q^4 + \frac{1}{7}q^6 + \text{etc.}\right].$$

On aura égard au 2^e terme de cette série, lorsque z excédera 1000 mètres, en ajoutant à $K^{\theta} q$ autant de mètres pour 1000 que $\frac{1}{3}q^2$ contiendra de millièmes d'unités; ou si, pour Plus de précision, on veut introduire dans le calcul la partie variable du terme dans lequel $\log. \left(\frac{h}{n}\right)$ se trouve répété, faisant $z' = K^{\theta} q$, on aura

$$z = \left[1 + (0,00266 + \frac{1}{3}q) q\right] z'.$$

Ces formules pourraient se passer de la correction relative au changement de pesanteur en latitude; mais voici une règle bien simple pour opérer cette correction dans tous les lieux qui ne sont pas à plus de 120000 mètres du parallèle moyen: « m étant le nombre de degrés sexagésimaux du méridien » compris entre le lieu de l'observation et le parallèle moyen, » ajoutez à z un nombre $\pm m$ de décimètres par 1000 mètres, » savoir, $+m$ quand le lieu de l'observation est du côté de » l'équateur, et $-m$ quand il est du côté du pôle par rap- » port au parallèle moyen. » A 35 et 55 degrés de latitude, l'erreur de cette règle n'est que de 0^m,03 par 1000 mètres de hauteur, et elle se réduit à 0^m,001, à 44 et 46 degrés.

En appliquant ces formules à la première des observations qui donnent la différence de niveau entre Suze et le Mont-Cénis, et dont le calcul détaillé, d'après les tables de M. Oltmanns, se trouve dans le texte à la page 90, on a

$$\theta = 1,0384, \quad 0,000185(T - T') = 0,001406, \quad n = 0,59369,$$

$$q = \frac{0,1234}{1,31078} = 0,094141, \quad z' = 1561,1.$$

Ainsi le simple terme $K^{\theta} q$ est exact à moins de $\frac{1}{300}$ près, ce

500^m de son extrémité supérieure, du côté de l'Italie. Le pavé du nouveau pont est élevé de 11^m,54 au-dessus du pavé d'un ancien pont qu'on trouve à la sortie, du même côté. Le torrent d'*Arc*, qui passe sous ces deux ponts, roule en cascade, au travers des rochers, avec une pente énorme : c'est sur la rive droite de ce torrent, à 1200 mètres environ de distance horizontale, et à 20^m,6 d'abaissement vertical, par rapport à la station du 9 novembre 1811, que j'ai fait, le premier janvier 1807, une observation barométrique qui avait été précédée d'une autre observation faite le même jour

qui est déjà plus que suffisant pour les applications géodésiques que les ingénieurs ont à faire ; mais en ayant égard au terme de correction $(0,00266 + \frac{1}{3}g)gz'$, on trouve $(0,00266 + \frac{1}{3}g)gz' = 5^m,0$, et la valeur $z = 1566,1$ ne diffère plus de la véritable que de 0^m,4, ce qui doit être compté pour rien.

On a, pour la première des observations entre le Mont-Cénis et Lans-le-Bourg,

$$\theta = 1,0188, \quad 0,000185 (T_1 - T') = 0,0010015, \quad n = 0,59376,$$

$$g = \frac{0,05195}{1,23947} = 0,041912, \quad z' = 681^m,9:$$

c'est la vraie valeur diminuée de 0^m,9 seulement ; et si, observant que $\frac{1}{3}g = 0,00059$, on ajoute 0^m,5, d'après la règle ci-dessus indiquée, le résultat 682^m,4, n'offrira plus qu'une différence de 0^m,4 absolument négligeable dans des évaluations de ce genre.

On n'a pas fait de correction relative à la variation de pesanteur en latitude, parce que le point culminant de la route du Mont-Cénis n'est qu'à 16' ou 17' de distance du parallèle-moyen.

sur le point culminant de la route du Mont-Cénis.

Le nombre donné par ces observations sont :

$$\text{Station supérieure. } h' = 0,5918, \quad T' = -2,0, \quad z' = -2,0;$$

$$\text{Station inférieure. } h_1 = 0,6469, \quad T_1 = 0,0, \quad z_1 = 0,0.$$

Calculant sur ces données, soit avec les tables de M. Oltmanns, soit d'après les formules de la note, pag. 305 et 306, on trouve qu'elles répondent à une hauteur de 705^m,4, hauteur qui excède de 0^m,7 seulement, celle qu'on déduirait des observations du 9 novembre 1811. Ce résultat a été publié dans l'Annuaire du Bureau des Longitudes de l'année 1809, ou on a écrit, dans les données, au lieu de 0^m,5918, la hauteur 0^m,59202 corrigée relativement à la différence $T_1 - T'$.

Je m'attendais bien à ne pas trouver de discordance entre les observations de 1807 et celles de 1811 ; mais comme les premières ont été faites rapidement, et avec un seul baromètre, qui n'est pas revenu à la station de départ, je n'attribue qu'à un heureux hasard leur peu de différence avec les secondes qui, au nombre de plus de 150 (pour ne parler que des observations écrites), sont appuyées de tous les moyens praticables de vérification. Aussi n'aurais-je tenu aucun compte des observations du premier janvier 1807, si, à propos de quelques corrections qu'elles semblaient indiquer dans le coefficient de la formule barométrique, lorsqu'on l'applique à de petites hauteurs (question sur laquelle je n'ai pas encore d'opinion bien arrêtée), M. Ramond n'eût cru voir, dans la hauteur que j'en ai conclue ;

une erreur de 100 mètres. (*Voyez son Mémoire inséré dans la collection de ceux de la première classe de l'Institut, année 1809, page 510*). Il y a long-tems qu'on m'a pressé de répondre à cette inculpation d'une erreur de 100 mètres, qu'on croit pouvoir être interprétée de manière à faire soupçonner les ingénieurs chargés des travaux de la route du Mont-Cénis, et dont les nivellemens s'accordent avec mes mesures barométriques, ou d'une grande impéritie, ou d'une négligence impardonnable. Cette crainte me paraît bien mal fondée, car l'existence même de ce superbe monument est une preuve aussi glorieuse qu'inattaquable du zèle et des talens de ceux qui en ont projeté et dirigé la construction; les nivellemens faits avant le tracé de la route ont été si souvent répétés et vérifiés pendant l'exécution, qu'il ne reste aucun doute sur leur exactitude; les rampes, réglées d'après ces nivellemens, offrent précisément les mêmes déclivités, et les mêmes chutes de palier en palier, qui avaient été arrêtées d'après la pente du terrain nu. Il n'y a donc que des éloges à donner aux ingénieurs; et je pense que les conséquences tirées de l'écrit de M. Ramond, tiennent à ce qu'on ne saisit pas le véritable sens de ce qu'il a voulu dire, ainsi que je l'expliquerai tout-à-l'heure.

Mes observations barométriques du premier janvier 1807, donnent une hauteur du Mont-Cénis au-dessus de la mer, sensiblement égale à celle que Saussure avait déterminée avant moi: c'est principalement sur cette conformité que s'appuie M. Ramond, pour soutenir qu'elles sont fautives. « Saussure, dit-il, employait un
» coefficient

» coefficient assez analogue au nôtre, et ne
» comparait entre elles que des observations
» faites dans nos propres régions. On sait aussi
» qu'aux bords de la mer du Sud le baromètre
» se tient à environ 3 millimètres plus bas qu'il
» ne fait au niveau de nos mers. Pour que
» M. de Prony se rencontrât avec Saussure,
» il fallait que le baromètre du Mont-Cénis se
» trouvât fort au-dessous de la moyenne hauteur qui correspond à l'élévation du lieu,
» combinée avec les dispositions particulières
» de notre atmosphère. »

M. Ramond cite les hauteurs des baromètres de Paris et Clermont, qui, le premier janvier 1807, étaient au-dessus de l'état moyen, savoir, le premier à 0^m,77244 (1), et le deuxième à 0,73730; et dit ensuite: « Nous trouvons, sur » la hauteur du point culminant, une erreur » d'une *centaine de mètres en plus*, par la » même raison que nous la trouverions juste » en cherchant notre point de comparaison » dans les baromètres de la zone torride; donc » l'abaissement du mercure au Mont-Cénis est » un pur accident, dont il n'y a rien à induire » pour ou contre aucun coefficient. »

En supposant d'abord que cet *accident* dont parle M. Ramond soit réellement arrivé, il est à regretter qu'il n'ait pas ajouté, pour concilier son influence avec l'accord qui existe entre le

(1) D'après le relevé des registres de l'Observatoire, la hauteur observée a été de 20 pouc. 6 lig., 16 = 0^m,77185 à 3°,3 de température extérieure, et 8°,2 de température intérieure. (Therm. cent.)

nivellement barométrique et le nivellement fait par les ingénieurs, que les causes desquelles résulte la sur-élévation du point culminant, ont dû agir sur l'instrument, au point de la station inférieure, de manière à donner à ce point une sur-élévation correspondante et égale; car je ne puis douter, quoique M. Ramond ne l'ait pas énoncé positivement, qu'il a voulu dire que la verticale entière, mesurant la différence de niveau entre les deux stations, avait été transportée, par rapport au niveau de la mer, à 100 mètres au-dessus de sa hauteur effective. Cette translation peut, en effet, avoir lieu de plusieurs manières, et dépendre soit de circonstances locales, soit de quelque défaut de l'instrument (ce dernier cas est le plus fréquent); de pareilles causes d'erreur n'ont qu'une influence insensible sur l'évaluation de la différence de niveau entre les deux stations, lorsque les anomalies des hauteurs des colonnes de mercure sont proportionnelles à ces hauteurs, les corrections relatives aux températures étant préalablement faites, ou lorsque les anomalies étant égales entre elles, et très-petites par rapport aux colonnes de mercure, la différence de ces colonnes elles-mêmes est peu considérable: dans ces différents cas, l'erreur de la station supérieure, qui tend à diminuer ou à augmenter la différence de niveau entre les deux stations, est compensée à la station inférieure, par une erreur égale et de signe contraire. C'est là infailliblement, en parlant dans le sens de M. Ramond, et en supposant son assertion vraie, ce qui aurait dû arriver aux observations du Mont-Céris,

faites le premier janvier 1807; et si chacun eût interprété comme moi ce qu'il a écrit à ce sujet, je n'aurais que de très-faibles motifs pour rappeler ces observations.

Maïs, dans l'hypothèse même de la vérité de son assertion, on ne peut pas convenir avec lui, que d'un abaissement du mercure ou de tout autre *accident* qui induirait en erreur sur la hauteur au-dessus de la mer, il n'y ait rien à induire pour ou contre aucun coefficient, lorsqu'il s'agit de la différence de niveau entre deux stations. Car, dès que la cause de l'*accident* agit de manière à produire compensation d'erreurs, la comparaison des mesures déduites du baromètre avec les mesures effectives, doit, en général, dans les cas ordinaires de pratique, indiquer la correction du coefficient, s'il est susceptible d'en recevoir, tout aussi bien que s'il n'y avait point d'*accident*; ou, en d'autres termes, le même coefficient corrigé qui donnerait les mesures justes, dans les cas ordinaires de compensation d'erreur, les donnerait également justes lorsqu'il n'y aurait point d'erreur (1).

(1) Pour établir sur ce point, des notions précises et rigoureuses, je déduis de la formule que j'ai donnée dans une note précédente, l'équation aux différences :

$$\Delta z = K \left\{ \theta \left[\frac{\Delta h_1}{2h_1} + \frac{1}{3} \left(\frac{\Delta h_1}{2h_1} \right)^3 + \frac{1}{5} \left(\frac{\Delta h_1}{2h_1} \right)^5 + \text{etc.} \right] - \theta' \left[\frac{\Delta n}{2n} + \frac{1}{3} \left(\frac{\Delta n}{2n} \right)^3 + \frac{1}{5} \left(\frac{\Delta n}{2n} \right)^5 + \text{etc.} \right] \right\}.$$

Les lettres K , h , et n , ont la même signification qu'à la note citée.

Les coefficients θ , et θ' doivent être fonctions des tempé-

Revenant actuellement sur cette hypothèse d'un *accident* auquel M. Ramond attribue l'erreur qu'il croit apercevoir dans mon opération, je remarque qu'après les raisonnemens *à priori*

ratures extrêmes t , et t' , la valeur moyenne θ ne pouvant plus être employée dans l'équation aux différences, on aura assez généralement une exactitude suffisante, en faisant

$$\theta = 1 + \frac{1}{250} t, \text{ et } \theta' = 1 + \frac{1}{250} t',$$

et on pourra dans l'emploi ordinaire de cette formule n'avoir égard qu'au terme $\frac{1}{z} \left(\frac{\theta \Delta h}{h} - \frac{\theta' \Delta n}{n} \right)$ du deuxième membre.

Cette équation aux différences est applicable à toutes les valeurs qu'on peut donner au coefficient K dans la formule qui sert à calculer la hauteur ou la différence de niveau z , cette hauteur devant toujours être sensiblement proportionnelle à $\log. \left(\frac{h}{n} \right)$.

Pour démontrer maintenant les propositions énoncées dans le texte, j'observe qu'on aura $\Delta z = 0$, si $\theta \frac{\Delta h}{h} = \frac{\theta' \Delta n}{n}$, et que Δz sera une quantité négligeable dans le cas de $\Delta h = \Delta n$, si Δh , et Δn étant respectivement très-petites par rapport à h , et n , la différence $h - n$ est elle-même peu considérable. Ce dernier cas serait, par exemple, celui d'un petit déplacement de la pointe d'ivoire destinée à indiquer le zéro de l'échelle, qui ferait paraître la hauteur de la colonne de mercure un peu plus grande ou un peu plus petite qu'elle ne le serait réellement.

Supposons ensuite que les erreurs Δh , et Δn ont des valeurs quelconques, mais que $\theta \frac{\Delta h}{h} - \frac{\theta' \Delta n}{n}$ est une quantité que l'on peut considérer comme nulle: si, dans ce cas, pour avoir la valeur effective de z , il faut au lieu du coefficient K employer $K + \omega$, il est manifeste que la même correction ω donnera aussi le véritable z dans le cas des valeurs particulières $\Delta h = 0$ et $\Delta n = 0$, puisqu'on a, dans l'un et l'autre cas, l'erreur $\Delta z = 0$.

ci-dessus cités, il dit: « Mais cet accident, quelle » est son origine? l'imputerons-nous à l'instrument, à la station, aux perturbations locales, aux dispositions particulières de l'atmosphère de la montagne? Voilà ce que je » n'entreprendrai pas de décider, puisque je » ne connais ni l'instrument, ni les accessoires » de l'observation. »

Je répondrai d'abord, quant à ce qui concerne l'instrument, que le baromètre dont je me suis servi le premier janvier 1807, un des plus parfaits qui soient sortis des ateliers de Fortin, a été comparé avec celui de l'Observatoire de Paris, avant mon départ pour l'Italie, et à mon retour dans la capitale. Peu de jours avant mon passage au Mont-Cenis, M. Oriani et moi en avons fait, à l'Observatoire de Milan, une comparaison avec le baromètre de cet Observatoire, et les deux instrumens s'étaient trouvés parfaitement d'accord. Je ne puis donc avoir aucun doute sur l'état de mon baromètre; je n'en ai pas davantage sur les lectures des échelles et des verniers. Mon instrument porte une échelle de millimètre, et une échelle de demi-lignes; je lis toujours l'une et l'autre au moins dix fois dans une observation, vérifiant, à chaque fois, le contact de la surface du mercure dans la cuvette; la réduction des millimètres en lignes, et réciproquement, donne la preuve assurée de la fidélité des lectures.

J'ai donc rempli toutes les conditions qu'on a le droit d'exiger d'un observateur, celles d'avoir des instrumens bien construits et en bon état, et de bien observer; et il ne reste à l'appui

de l'opinion de M. Ramond, que la supposition d'un état particulier et insolite de l'atmosphère au moment de mon observation : rien de ce que j'ai vu dans le cours de mes opérations au Mont-Cénis, ne me semble appuyer cette supposition. Lors de mon passage du premier janvier 1807, au froid près, le tems était parfaitement beau, l'air très-calme et même plus favorable, en apparence, aux observations, qu'à l'époque de mon dernier passage. En rapprochant les résultats que j'ai obtenus dans les deux passages, j'ai lieu de penser que, pour un état moyen de l'atmosphère, et pour les températures peu éloignées de la glace, la pression atmosphérique est assez constamment mesurée au point culminant de la route du Mont-Cénis, par une hauteur de colonne de mercure, peu différente de $0^m,592$. On voit, en effet, par les dix observations ci-dessus citées, que la hauteur du mercure, dans le baromètre de M. le chevalier Mallet et le mien, n'a été que d'une fraction de millimètre seulement plus grande que la hauteur observée le premier janvier 1807, et je dois ajouter que notre température était plus forte de quatre ou cinq degrés centigrades. La série obtenue à la dernière station que M. le chevalier Mallet a faite sur le Mont-Cénis, le 10 novembre 1811, et que je n'ai pas encore citée, a donné, pour hauteur moyenne, $0^m,59215$ plus rapprochée encore que les hauteurs des deux précédentes stations, de celle du premier janvier 1807 (le baromètre de M. le chevalier Mallet était placé, le 10 novembre, à environ 2 mètres au-dessus du point culminant). Or pour que mon baromètre se trouvât le premier janvier

1807, ainsi que le dit M. Ramond, *au-dessous de la moyenne hauteur qui correspond à l'élévation du lieu*, de manière à produire, sur l'élévation de ce lieu, une erreur de 100 mètres *en plus*; il faudrait que cette *moyenne hauteur*, correspondante à l'élévation du point culminant du Mont-Cénis, eût une valeur effective de $0^m,59927$, surpassant de $0^m,0075$ la valeur observée (1).

(1) L'équation aux différences de la note précédente, donne pour cette évaluation, en ne considérant la variation qu'à la station supérieure, et restituant la valeur de h' ,

$$\Delta h' = \frac{2h'\Delta z}{K\theta}$$
; faisant $\Delta z = 100^m$, $h' = 0,5918$, $\theta = 1 - 0,008$, et substituant la valeur 15969 de K , on a

$$\Delta h' = 0,0074717.$$

Tel'e serait la valeur de $\Delta h'$ relative à une erreur Δz de 100 mètres sur la hauteur absolue de la station supérieure au-dessus du niveau de la mer, ou d'un plan horizontal fixe quelconque; mais, d'après la conformité existante entre le résultat de mon nivellement barométrique et celui du nivellement des ingénieurs, le Δz , considéré par rapport à la différence de niveau entre les deux stations, doit être nul, d'où

$$\frac{\theta, \Delta h_1}{h_1} = \frac{\theta' \Delta n}{n} \text{ et } \Delta h_1 = \frac{\theta'}{\theta} \cdot \frac{h_1}{n} \Delta n.$$

Substituant les valeurs 1,000 et $0^m,6469$ de θ , et de h_1 , on a $\Delta h_1 = 0,008102$. Ainsi la cause de l'*accident* qui serait supposé avoir élevé la station supérieure de 100 mètres, n'aurait pas eu une action tout-à-fait constante sur la hauteur des colonnes de mercure aux deux stations; elle aurait produit une sur-élévation de $0^m,0006303$ de mercure à la colonne inférieure, correspondante, dans l'atmosphère, à une variation de hauteur qui a pour valeur générale $\frac{1}{2} K \frac{\theta, \Delta h_1}{h_1}$,

Je crois en avoir dit assez pour satisfaire les personnes qui ont désiré quelques éclaircissemens de ma part sur le passage du Mémoire de M. Ramond, dont elles imaginent qu'on pourrait se prévaloir pour taxer d'inexactitude les opérations de la route du Mont-Cénis. Je terminerai cet écrit, en déclarant que, lorsque j'ai publié mon premier nivellement barométrique, je n'ai voulu en déduire que de pures conjectures sur les modifications dont le coefficient de la formule peut être susceptible quand on l'applique aux petites hauteurs. Mais j'ai déjà rassemblé un grand nombre de faits qui peuvent jeter beaucoup de jour sur cette matière, et je m'occupe, en ce moment, de nouvelles observations qui donneront, quant aux mesures géométriques, une précision bien

et pour valeur particulière, 7,78, en faisant dans cette expression $\Delta h_1 = 0,0006303$; l'in vraisemblance d'une combinaison fortuite de ce genre, qui se trouverait arrangée de manière à conduire à un résultat vrai, confirme les autres preuves que j'ai données de la non-existence de l'*accident*.

Au reste, on déduit de ma formule aux différences, cette conséquence digne d'attention, qu'un baromètre ou deux baromètres comparables peuvent indiquer des hauteurs de colonnes de mercure très-fautives, qui pécheraient, par exemple, de deux ou trois millimètres par excès ou par défaut, sans cesser pour cela d'être propres à la mesure des différences de niveau qui n'excèdent pas 1000 mètres, si on fait des observations contemporaines aux stations supérieure et inférieure; et les comparaisons des mesures barométriques avec les mesures effectives, fournissent les corrections à faire aux formules, tout aussi bien que si les baromètres n'offraient aucune anomalie, principalement lorsque les vices des baromètres ne tiennent pas au défaut de vide dans les tubes.

supérieure à celle qu'on a eue jusqu'à présent en pareilles circonstances. D'un observatoire établi dans le voisinage de Paris, et où j'ai, indépendamment des baromètres, un grand et excellent cercle répétiteur, je découvre l'Observatoire de Paris, la montagne et la pyramide de Montmartre, et les principales hauteurs des environs de la capitale. Tous ces points seront déterminés et nivelés par des observations combinées, faites dans les deux Observatoires; et on aura ainsi les moyens de rapporter les anomalies barométriques aux termes de comparaison les plus assurés que l'état actuel des connaissances et de l'art d'observer puisse fournir.

SUPPLÉMENT.

Ayant réduit à une dénonciation simple et abrégée la démonstration de la formule et de l'équation aux différences que j'ai donnée dans les notes, pages 6, 7 et 10, je crois qu'il ne sera pas inutile de placer ici ces démonstrations.

Celle de la formule $z = K \theta q$, page 92, se réduit à prouver que

$$\log. \left(\frac{h}{n} \right) = {}_2Mq \left(1 + \frac{1}{3}q^2 + \frac{1}{5}q^4 + \text{etc.} \right) :$$

or cette valeur se déduit immédiatement de l'équation

$$\log. \left(\frac{1+x}{1-x} \right) = {}_2M \left(x + \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{5}x^5 + \text{etc.} \right)$$

qu'on trouve dans plusieurs traités élémen-

aires (voyez la *Trigonométrie de Cagnoli*, 2^e édit., art. 367), en y faisant $x = \frac{h_1 - n}{h_1 + n} = q$, ce qui donne

$$\log. \left(\frac{1+x}{1-x} \right) = \log. \left(\frac{h_1}{n} \right),$$

d'où

$$K \log. \left(\frac{h_1}{n} \right) = K \theta . 2 M q \left(1 + \frac{1}{3} q^2 + \frac{1}{5} q^4 + \text{etc.} \right).$$

Passant à l'équation aux différences (note de la page 99), j'observe que l'erreur Δz se compose, par addition ou soustraction, des erreurs Δz_1 et $\Delta z'$, commises respectivement aux stations inférieure et supérieure, ce qui exige déjà qu'on laisse n à la place de h' à la station supérieure, afin de rendre les pressions, vraies ou fausses, comparables entre elles. J'observe de plus que l'erreur Δh_1 , commise au point de la station inférieure, que je désigne par point A , soit par le défaut de l'observation, soit par celui de l'instrument, produit sur la différence de niveau entre les deux stations, le même effet que si, après avoir fait une bonne observation avec un bon instrument à un point B , placé à une distance verticale $\pm \Delta z_1$ du point A , et ayant trouvé une hauteur de colonne de mercure égale à $h_1 \mp \Delta h_1$, on eût appliqué au point A , au lieu de la quantité h_1 qui lui convient, la quantité $h_1 + \Delta h_1$, qui convient au point B . L'expression de Δz_1 se trouve, par cette manière d'envisager les choses, ramenée à la même forme que l'expression de z , en remarquant seulement que la petitesse de Δz_1 permet de supposer z_1 constante dans toute son étendue; et on

a, en faisant attention que $h_1 - n$ et $h_1 + n$ de la formule générale (note de la page 93) sont représentées ici par Δh_1 et $2h_1 + \Delta h_1$,

$$\Delta z_1 = K \theta \left\{ \frac{\Delta h_1}{2h_1 + \Delta h_1} + \frac{1}{3} \left(\frac{\Delta h_1}{2h_1 + \Delta h_1} \right)^3 + \frac{1}{5} \left(\frac{\Delta h_1}{2h_1 + \Delta h_1} \right)^5 + \text{etc.} \right\}$$

Appliquant les mêmes raisonnemens à la station supérieure, et considérant qu'une erreur sur la hauteur de la colonne de mercure, qui, à cette station, ferait varier la différence de niveau dans un sens, la ferait varier dans le sens contraire à la station inférieure, on a la formule très-convergente,

$$\Delta z + \Delta z' = \Delta z = K \left\{ \theta \left[\frac{\Delta h_1}{2h_1 + \Delta h_1} + \frac{1}{3} \left(\frac{\Delta h_1}{2h_1 + \Delta h_1} \right)^3 + \text{etc.} \right] - \theta' \left[\frac{\Delta n}{2n + \Delta n} + \frac{1}{3} \left(\frac{\Delta n}{2n + \Delta n} \right)^3 + \text{etc.} \right] \right\},$$

équation de laquelle on déduit celle de la note, page 99, en négligeant au dénominateur, Δh_1 et Δn , ce qui peut en général se faire sans erreur sensible; cependant l'emploi du dénominateur entier $2h_1 + \Delta h_1$, ne rend pas le calcul plus compliqué. On remarque que les exposans procèdent suivant les nombres impairs 1, 3, 5, etc.; et qu'ainsi, en se bornant aux termes du premier ordre, on n'a à craindre que les anomalies dues aux termes du troisième ordre, lesquelles peuvent être ici considérées comme des zéros absolus.

Le raisonnement précédent est fondé sur des considérations adaptées particulièrement aux observations barométriques; Δz s'obtient d'une manière immédiate et très-facile, par

des considérations analytiques, dans le cas de $\theta_1 = \theta' = \theta$ on a, dans ce cas,

$$\begin{aligned} z + \Delta z &= K^\theta [\log. (h_1 + \Delta h_1) - \log. (n + \Delta n)] \\ &= K^\theta (\log. h_1 + \Delta \log. h_1 - \log. n - \Delta \log. n); \end{aligned}$$

d'où

$$\Delta z = K^\theta (\Delta \log. h_1 - \Delta \log. n),$$

en substituant à $\Delta \log. h_1$ et à $\Delta \log. n$ leurs expressions en séries, données article 375 de la deuxième édition de la *Trigonométrie de Cagnoli*, ci-dessus citée, on trouve la valeur qu'aurait Δz dans l'équation précédente, si on y faisait $\theta_1 = \theta' = \theta$.

N O T I C E

Pour servir à l'histoire géognostique de cette partie du département de la Manche qu'on nomme le Cotentin, suivie de quelques considérations sur la classification géologique des terrains;

Par ALEXANDRE BRONGNIART, Ingénieur des Mines.

LA roche qui constitue les hauteurs de Flamanville, Fermanville, etc., dans les environs de Cherbourg, a généralement été regardée comme un granite: un voyage que je fis en 1811 dans la presqu'île du Cotentin, m'apprit que ce granite n'appartenait pas à la formation des granites anciens, mais plutôt à celle d'une roche que les géologues de l'école de Freyberg ont décrite, et regardée comme beaucoup plus nouvelle que ces derniers.

Je réunirai dans la première partie de cette Notice les observations qui m'ont fait naître cette idée.

Il n'en est pas des terrains composés de couches inclinées, quelquefois presque verticales, brisées, contournées, comme de ceux dans lesquels la stratification est horizontale et régulière: quoique dans ces derniers l'ordre de superposition ne soit pas toujours facile à déterminer clairement, cependant on peut