

bole noir, de feldspath blanc lamellaire (1) et de grenat. M. Monteiro, en observant un fragment de cette roche, y a découvert un zircon en prisme quadrangulaire rectangle très-délié, terminé par des sommets à quatre faces qui naissent sur les arêtes longitudinales; d'où il suit que sa forme est celle de la variété nommée *dodécaèdre*. La sodalite est en grains entremêlés de lamelles d'amphibole, et que l'on en distingue par leur couleur noire et par la vivacité de leur éclat. L'interposition du feldspath blanc entre les mêmes grains a peut-être contribué à l'illusion qui aura fait prendre pour une sodalite l'amphibole de Finlande dont les grains engagés dans la chaux carbonatée présentent à l'œil un assortiment du même genre. Quoi qu'il en soit des apparences qui ont pu favoriser cette illusion, il m'a paru d'autant plus intéressant d'en prévenir les effets, qu'elle aurait le double inconvénient de faire méconnaître aux minéralogistes qui posséderaient des morceaux de la substance de Finlande une variété d'un minéral très-commun, et de leur persuader faussement qu'ils ont enrichi leur collection d'une autre substance extrêmement rare, qu'ils n'auraient pas même été à portée de voir.

(1) Celui-ci a été regardé comme une sahlite, ce qui en ferait une variété de pyroxène. Mais j'en ai retiré, à l'aide de la division mécanique, des fragmens qui présentent visiblement la forme primitive du feldspath, et ceux que l'on soumet à l'action du chalumeau se fondent avec facilité en émail blanc semblable à celui que donne le feldspath dans le même cas.

SUR LE FLUX ET LE REFLUX

DE LA MER (1);

Par M. LAPLACE.

CE phénomène mérite particulièrement l'attention des observateurs, en ce qu'il est le résultat de l'action des astres, le plus près de nous et le plus sensible, et que les nombreuses variétés qu'il présente sont très-propres à vérifier la loi de la pesanteur universelle. Sur l'invitation de l'Académie des Sciences, on fit au commencement du dernier siècle, dans le port de Brest, une suite d'observations qui furent continuées pendant six années consécutives, et dont la plus grande partie a été publiée par Lalande, dans le quatrième volume de son *Astronomie*. La situation de ce port est très favorable à ce genre d'observations. Il communique avec la mer par un canal qui aboutit à une rade fort vaste, au fond de laquelle le port a été construit. Les irrégularités du mouvement de la mer parviennent ainsi dans ce port très-affaiblies; à peu près comme les oscillations que le mouvement irrégulier d'un vaisseau produit dans le baromètre, sont atténuées par un étrangement fait au tube de cet instrument. D'ailleurs, les marées étant considérables à Brest, les variations accidentelles causées par les vents

(1) Cet article et le suivant sont extraits du *Bull. des Sc.*

n'en sont qu'une faible partie. Aussi l'on remarque dans les observations de ces marées, pour peu qu'on les multiplie, une grande régularité que ne doit point altérer la petite rivière qui vient se perdre dans la rade immense de ce port. Frappé de cette régularité, je priai le Gouvernement d'ordonner à Brest une nouvelle suite d'observations, pendant une période entière du mouvement des nœuds de l'orbite lunaire. C'est ce qu'on a bien voulu faire. Ces nouvelles observations datent du premier juin de l'année 1806; et, depuis cette époque, elles ont été continuées sans interruption jusqu'à ce jour. Elles laissent encore beaucoup à désirer: elles ne se rapportent ni au même endroit du port, ni à la même échelle. Les observations des cinq premières années, ont été faites au lieu qu'on nomme *La Mâtire*: les autres l'ont été près du bassin. J'ai reconnu que ce changement n'a produit que de très-légères différences; mais il eût mieux valu sans doute faire toutes les observations au même endroit, et sur la même échelle. Il est tems enfin d'observer ce genre de phénomène, avec le même soin que les phénomènes astronomiques.

J'ai considéré, dans ces nouvelles observations, celles de l'année 1807 et des sept années suivantes. J'ai choisi, dans chaque équinoxe et dans chaque solstice, les trois syzygies et les trois quadratures, les plus voisines de l'équinoxe et du solstice. Dans les syzygies, j'ai pris l'excès de la haute mer du soir sur la basse mer du matin du jour qui précède la syzygie, et du jour même de la syzygie, et des quatre jours

qui la suivent; parce que la haute mer arrive vers le milieu de cet intervalle. J'ai fait une somme des excès correspondans à chaque jour, en doublant les excès relatifs à la syzygie intermédiaire, ou la plus voisine de l'équinoxe ou du solstice. Par ce procédé, les effets de la variation des distances du soleil et de la lune à la terre se trouvent détruits; car si la lune était, par exemple, vers son périégée dans la syzygie intermédiaire, elle était vers son apogée dans les deux syzygies extrêmes. Les sommes d'excès, qu'on obtient ainsi, sont donc à fort peu près indépendantes des variations du mouvement et de la distance des astres. Elles le sont encore des inégalités des marées, différentes de l'inégalité dont la période est d'environ un demi-jour, et qui, dans nos ports, est beaucoup plus grande que les autres; car, en considérant à la fois les observations aux deux équinoxes et aux deux solstices, les effets de la petite inégalité dont la période est à peu près d'un jour, se détruisent mutuellement. Les sommes dont il s'agit sont donc uniquement dues à la grande inégalité. Les vents doivent avoir sur elles peu d'influence; car, s'ils élèvent la haute mer, ils doivent également soulever la basse mer. J'ai déterminé la loi de ces sommes pour chaque année, en observant que leur variation est à fort peu près proportionnelle au carré de leur distance en tems au *maximum*; ce qui m'a donné ce *maximum*, sa distance à la moyenne des heures des marées syzygies, et le coefficient du carré du tems, dans la loi de la variation. Le peu de différences que présentent à l'égard de ce coefficient les observations de chaque année, prouve

la régularité de ces observations; et d'après les lois que j'ai établies ailleurs, sur la probabilité des résultats déduits d'un grand nombre d'observations, on peut juger combien les résultats déterminés par l'ensemble des observations des huit années, approchent de la vérité.

J'ai considéré de la même manière les marées quadratures, en prenant les excès de la haute mer du matin, sur la basse mer du soir du jour même de la quadrature et des trois jours qui la suivent. L'accroissement des marées, à partir du *minimum*, étant beaucoup plus rapide que leur diminution à partir du *maximum*; j'ai dû restreindre à un plus petit intervalle, la loi de variation proportionnelle au carré du tems.

Dans tous ces résultats, l'influence des déclinaisons des astres sur les marées et sur la loi de leur variation dans les syzygies et dans les quadratures, se montre avec évidence. En considérant par la même méthode, dix-huit marées syzygies équinoxiales, vers le périégée et vers l'apogée de la lune; l'influence des changemens de la distance lunaire sur la hauteur et sur la loi de variation des marées se manifeste avec la même évidence. C'est ainsi qu'en combinant les observations, de manière à faire ressortir chaque élément que l'on veut connaître, on parvient à démêler les lois des phénomènes, confondues dans les recueils d'observations.

Après avoir présenté les résultats dont je viens de parler, je les compare à la théorie des marées, exposée dans le quatrième livre de la

Mécanique céleste. Cette théorie est fondée sur un principe de dynamique qui la rend très-simple et indépendante des circonstances locales du port, circonstances trop compliquées pour qu'il soit possible de les soumettre au calcul. Au moyen de ce principe, elles entrent comme arbitraires dans les résultats de l'analyse, qui doivent ainsi représenter les observations, si la gravitation universelle est en effet la véritable cause du flux et du reflux de la mer. Voici quel est ce principe : *L'état d'un système de corps dans lequel les conditions primitives du mouvement ont disparu par les résistances qu'il éprouve, est périodique comme les forces qui l'animent.* En réunissant ce principe à celui de la co-existence des oscillations très-petites, je suis parvenu à une expression de la hauteur des marées, dont les arbitraires comprennent l'effet des circonstances locales du port. Pour cela, j'ai réduit en séries de sinus et de cosinus d'angles croissans proportionnellement au tems, l'expression génératrice des forces lunaires et solaires sur l'Océan. Chaque terme de la série peut être considéré comme représentant l'action d'un astre particulier qui se meut uniformément et à une distance constante, dans le plan de l'équateur. De là naissent plusieurs espèces de flux partiels, dont les périodes sont à peu près d'un demi-jour lunaire, d'un jour, d'un mois, d'une demi-année, d'une année, enfin de dix-huit ans et demi, durée du mouvement périodique des nœuds de l'orbite lunaire.

J'ai comparé, dans le livre cité de la *Mé-*
D d 4

canique céleste, cette théorie aux observations faites à Brest au commencement du dernier siècle, et j'ai déterminé les constantes arbitraires relatives à ce port. Il était curieux de voir si ces constantes se retrouvent les mêmes par les observations faites un siècle après, ou si elles ont éprouvé quelque altération par les changemens que les opérations de la nature et de l'art ont pu produire au fond de la mer, dans le port et sur les côtes adjacentes. Il résulte de cet examen, que les hauteurs actuelles des marées, dans le port de Brest, surpassent d'un quarante-cinquième environ les hauteurs déterminées par les observations anciennes. Une partie de cette différence peut venir de la distance des points où ces observations ont été faites : une autre partie peut être attribuée aux erreurs des observations ; mais ces deux causes ne me paraissent pas suffisantes pour produire la différence entière qui indiquerait avec une grande probabilité, un changement séculaire dans l'action du soleil et de la lune sur les marées à Brest ; si l'on était bien assuré de l'exactitude des graduations de l'ancienne échelle, en tenant compte de son inclinaison à l'horizon. Mais l'incertitude où l'on est à cet égard, ne permet pas de prononcer sur ce changement, qui doit à l'avenir fixer l'attention des observateurs. Du resté, on sera surpris de l'accord des observations anciennes et modernes entre elles et avec la théorie, par rapport aux variations des hauteurs des marées dépendantes des déclinaisons et des distances des astres à la terre, et aux lois de leur accroissement et

de leur diminution, à mesure qu'elles s'éloignent de leur *maximum* et de leur *minimum*. Je n'avais point considéré, dans la *Mécanique céleste*, ces lois relativement aux variations des distances de la lune à la terre. Ici je les considère, et je trouve le même accord entre les observations et la théorie.

Le retard des plus grandes et des plus petites marées sur les instans des syzygies et des quadratures, a été observé par les anciens eux-mêmes, comme on le voit dans Plin le naturaliste. Daniel Bernouilli, dans sa pièce sur le flux et le reflux de la mer, couronnée en 1740, par l'Académie des Sciences, attribue ce retard à l'inertie des eaux, et peut-être encore, ajoute-t-il, au tems que l'action de la lune emploie à se transmettre à la terre. Mais j'ai prouvé, dans le quatrième livre de la *Mécanique céleste*, qu'en ayant égard à l'inertie des eaux, les plus grandes marées coïncideraient avec les syzygies, si la mer recouvrait régulièrement la terre entière. Quant au tems de la transmission de l'action de la lune, j'ai reconnu, par l'ensemble des phénomènes célestes, que l'attraction de la matière se transmet avec une vitesse incomparablement supérieure à la vitesse même de la lumière. Il faut donc chercher une autre cause du retard dont il s'agit. J'ai fait voir, dans le livre cité, que cette cause est la rapidité du mouvement de l'astre dans son orbite, combinée avec les circonstances locales du port. J'ai remarqué, de plus, que la même cause peut accroître le rapport de l'action de la lune sur

la mer, à celle du soleil; et j'ai donné, pour reconnaître cet accroissement par les observations, une méthode dont voici l'idée.

Supposons le mouvement du soleil uniforme. Si l'on ne considère que la grande inégalité des marées dont la période est d'environ un demi-jour, la marée solaire se décompose à fort peu près en deux autres qui sont exactement celles que produiraient deux astres mus uniformément, mais avec des vitesses différentes, dans le plan de l'équateur, à la moyenne distance du soleil à la terre. La masse du premier astre est celle du soleil, multipliée par le cosinus de l'inclinaison de l'écliptique à l'équateur: son mouvement est celui du soleil dans son orbite. Le second astre répond constamment à l'équinoxe du printemps, et sa masse est celle du soleil, multipliée par la moitié du carré du sinus de l'obliquité de l'écliptique. A l'équinoxe, ces astres sont en conjonction, et la marée est la somme des marées produites par chacun d'eux: au solstice, les astres sont en quadrature, et la marée est la différence de ces marées partielles. Les observations de la marée solaire dans ces deux points, feront donc connaître le rapport des marées partielles, et par conséquent le rapport des actions des astres sur l'Océan; et, en le comparant au rapport de leurs masses, on déterminera l'accroissement qu'y produit la différence de leurs mouvements. Cet accroissement est presque insensible pour le soleil, à cause de la lenteur de son mouvement; mais il est sensible pour la lune dont le mouvement est treize fois plus rapide,

et dont l'action sur la mer est près de trois fois plus grande.

En comparant, dans le quatrième livre de la *Mécanique céleste*, les observations des marées équinoxiales et solsticiales dans les syzygies et dans les quadratures, je fus conduit par cette méthode à un accroissement d'un dixième au moins dans le rapport de l'action de la lune à celle du soleil; mais je remarquai qu'un élément aussi délicat devait être déterminé par un plus grand nombre d'observations. Le recueil des observations modernes m'a procuré cet avantage. Ces observations, employées en nombre double, confirment l'accroissement indiqué par les observations anciennes, et elles le portent à un neuvième à peu près. Une autre méthode, fondée sur la comparaison des marées vers l'apogée et le périgée de la lune, et appliquée aux observations tant anciennes que modernes, conduit encore à un résultat semblable. Ainsi l'accroissement de l'action des astres sur les marées, dans le port de Brest, ne doit laisser aucun doute.

J'ai déterminé ainsi le rapport des actions lunaire et solaire, corrigé de l'effet des circonstances locales. Ce rapport est important dans l'astronomie, en ce qu'il détermine les valeurs de la nutation et de l'équation lunaire du mouvement du soleil. Newton et Daniel Bernouilli l'avaient déduit des phénomènes des marées, mais sans avoir égard à la correction dont je viens de parler, et qu'ils ne soupçonnaient pas. Le rapport que j'ai conclu de l'ensemble des observations,

donne la masse de la lune, égale à $\frac{1}{81}$ de celle de la terre; il donne ensuite en secondes sexagésimales, 9",7 pour la nutation, ce qui ne surpasse que d'un dixième de seconde, la nutation déterminée par les observations de Maskeline. Ce même rapport donne 7",5 pour la valeur de l'équation lunaire des tables du soleil, ce qui est exactement celle que Delambre a trouvé directement par un grand nombre d'observations de cet astre. A la vérité cette valeur suppose la parallaxe moyenne du soleil égale à 8",59, telle que je l'ai déduite de ma théorie de la lune, comparée à l'inégalité du mouvement lunaire connue sous le nom d'*inégalité parallactique*, et que Burckardt a déterminée au moyen d'un très-grand nombre d'observations. Mais Ferère, savant astronome espagnol, vient de confirmer cette parallaxe, par un nouveau calcul des passages de Vénus en 1769, dans lequel il a rectifié par ses propres observations, la longitude et la latitude des lieux où ce passage a été observé en Amérique. L'accord de toutes ces valeurs, déterminées par des phénomènes aussi disparates, est une nouvelle confirmation du principe de la gravitation universelle.

Les résultats des observations étant toujours susceptibles d'erreurs, il est nécessaire de connaître la probabilité que ces erreurs sont contenues dans des limites données. On conçoit, à la vérité, que la probabilité restant la même, ces limites sont d'autant plus rapprochées, que les observations sont plus nombreuses et plus concordantes entre elles. Mais

cet aperçu général ne suffit pas pour assurer l'exactitude des résultats des observations, et l'existence des causes régulières qu'elles paraissent indiquer. Quelquefois même, il a fait rechercher la cause de phénomènes qui n'étaient que des accidens du hasard. Le calcul des probabilités peut seul faire apprécier ces objets, ce qui rend son usage de la plus haute importance dans les sciences physiques et morales. Les recherches précédentes m'offraient une occasion trop favorable d'appliquer à l'un des plus grands phénomènes de la nature, les nouvelles formules auxquelles je suis parvenu dans ma *Théorie analytique des probabilités*, pour ne pas la saisir. J'expose ici avec étendue, l'application que j'en ai faite aux lois des marées. Mon but a été, non seulement d'assurer la vérité de ces lois, mais encore de tracer la route qu'il faut suivre dans ce genre d'applications. Parmi ces lois, les plus délicates sont celles de l'accroissement et de la diminution des marées vers leur *maximum* et leur *minimum*, et l'influence qu'exercent à cet égard, les déclinaisons des astres et la variation de leurs distances à la terre. On verra que ces lois sont déterminées par les observations, avec une précision et une probabilité extrêmes; ce qui explique l'accord remarquable des résultats des observations modernes, avec ceux que les observations anciennes m'avaient donnés, et avec la théorie de la pesanteur. Suivant cette théorie, l'action de la lune sur la mer suit la raison inverse du cube de sa distance au centre de

la terre; et cette loi représente les observations des marées avec une telle exactitude, qu'on aurait pu remonter, par ces observations seules, à la loi de l'attraction réciproque au carré des distances.

E X T R A I T

D'un Rapport fait par M. BIOT, sur un Mémoire de MM. DULONG et PETIT, relatif aux lois de la dilatation des solides, des liquides et des fluides élastiques à de hautes températures.

L'ESPRIT d'exactitude qui s'est introduit depuis quelques années dans toutes les expériences de chimie et de physique, a fait rechercher, avec un soin extrême, tout ce qui pouvait servir à la perfection du thermomètre; on a constaté de nouveau la fixité des termes extrêmes de l'échelle thermométrique; on a donné les procédés les plus propres pour les déterminer, et comme l'un d'eux est influencé par la pression de l'atmosphère, on a trouvé le moyen de l'en rendre indépendant par le calcul; on a senti la nécessité de diviser cet intervalle fondamental en parties de capacités égales, et l'on a donné des moyens très-sûrs pour y parvenir, malgré les irrégularités inévitables dans le diamètre intérieur des tubes de verre; enfin l'on a reconnu et assigné toutes les précautions nécessaires pour employer l'instrument d'une manière comparable. Un thermomètre construit et employé selon ces principes, devient donc un indicateur très-exact des températures qui l'affectent,